

Riassunto della lezione precedente

- DIS con sonda leptonica e bersaglio adronico polarizzati; se bersaglio ha spin = $\frac{1}{2} \rightarrow 2$ nuove funz. di struttura polarizzate
diverse strutture della risposta a seconda dell'orientazione dello spin del bersaglio rispetto al fascio incidente
- sezione d'urto nel centro di massa della reazione
diverse combinazioni di elicità $\rightarrow 4$ risposte rispetto alla polarizzazione del γ^* : W_L , W_T , W_{TT} , W_{LT}
asimmetrie di elicità “teoriche” legate a risposte di interferenza
- asimmetrie di elicità “sperimentali”, per bersagli polarizzati longitudinalmente o trasversalmente \rightarrow legame con corrispondenti asimmetrie “teoriche”

Accesso sperimentale alle asimmetrie

$$S \parallel k \rightarrow \alpha = 0$$

misura sperimentale accede a

$$A_{\parallel} = \frac{d\sigma^{\uparrow\downarrow} - d\sigma^{\uparrow\uparrow}}{d\sigma^{\uparrow\downarrow} + d\sigma^{\uparrow\uparrow}} = \frac{E - E'\epsilon}{E(1 + \epsilon R)} A_1 + \frac{\epsilon Q}{E(1 + \epsilon R)} A_2$$



$$A_{\perp} = \frac{d\sigma^{\uparrow\leftarrow} - d\sigma^{\uparrow\rightarrow}}{d\sigma^{\uparrow\leftarrow} + d\sigma^{\uparrow\rightarrow}} = \frac{E - E'\epsilon}{E(1 + \epsilon R)} \sqrt{2\epsilon(1 + \epsilon)} A_2 - \frac{\epsilon Q}{E(1 + \epsilon R)} \sqrt{\frac{(1 + \epsilon)^3}{2\epsilon}} A_1$$

$$S \perp k \rightarrow \alpha = \pi/2$$

polarizz. lineare trasversa di γ^* $\epsilon = \left[1 + 2 \frac{q^2}{Q^2} \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right]^{-1}$

$$R = \frac{W_L}{W_T} = \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2} \right) \frac{W_2}{W_1} - 1$$

inversione



$$A_1 = \frac{2(E - E'\epsilon) E (1 + \epsilon R)}{2(E - E'\epsilon)^2 + \epsilon(1 + \epsilon) Q^2} A_{\parallel} - \sqrt{\frac{2}{\epsilon(1 + \epsilon)}} \frac{\epsilon Q E (1 + \epsilon R)}{2(E - E'\epsilon)^2 + \epsilon(1 + \epsilon) Q^2} A_{\perp}$$

$$A_2 = \frac{E (1 + \epsilon R) (1 + \epsilon) Q}{2(E - E'\epsilon)^2 + \epsilon(1 + \epsilon) Q^2} A_{\parallel} + \sqrt{\frac{2}{\epsilon(1 + \epsilon)}} \frac{(E - E'\epsilon) E (1 + \epsilon R)}{2(E - E'\epsilon)^2 + \epsilon(1 + \epsilon) Q^2} A_{\perp}$$

misura di $Q^2, \epsilon, R, A_{\parallel}, A_{\perp} \rightarrow A_1, A_2$

Limite DIS

$\nu, Q^2 \rightarrow \infty$ con x_B fisso

scaling :

$$\begin{aligned} MW_1(\nu, Q^2) &\rightarrow F_1(x_B) & M^2\nu G_1(\nu, Q^2) &\rightarrow \tilde{G}_1(x_B) \\ \nu W_2(\nu, Q^2) &\rightarrow F_2(x_B) & M\nu^2 G_2(\nu, Q^2) &\rightarrow \tilde{G}_2(x_B) \end{aligned}$$

(vedi espressioni di A_1 e A_2)

scaling delle asimmetrie di elicità :



$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\nu M G_1(\nu, Q^2) - Q^2 G_2(\nu, Q^2)}{W_1(\nu, Q^2)} \rightarrow \frac{\tilde{G}_1(x_B)}{F_1(x_B)} - \frac{2Mx_B}{\nu} \frac{\tilde{G}_2(x_B)}{F_1(x_B)} \rightarrow \frac{\tilde{G}_1(x_B)}{F_1(x_B)} \\ A_2 &= Q \frac{M G_1(\nu, Q^2) + \nu G_2(\nu, Q^2)}{W_1(\nu, Q^2)} \rightarrow \sqrt{\frac{2Mx_B}{\nu}} \frac{\tilde{G}_1(x_B) + \tilde{G}_2(x_B)}{F_1(x_B)} \rightarrow 0 \end{aligned}$$

QPM picture

$$\frac{d\Delta\sigma^h}{dx_B dy} = \frac{2M\nu\pi}{E'} \frac{d\Delta\sigma^h}{dE' d\Omega} = \frac{2M\nu\pi}{E'} h \frac{\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu}^A W_A^{\mu\nu}$$



$$= h \frac{4\pi\alpha^2}{Q^2} \left[\lambda (2-y) \tilde{G}_1 - |\mathbf{S}_\perp| \sqrt{1-y} \frac{Q}{E} (\tilde{G}_1 + \tilde{G}_2) \right]$$



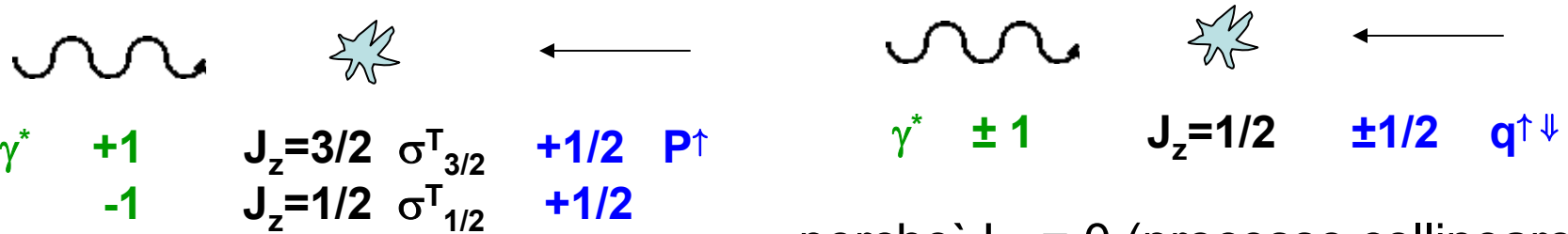
Poi :

- scrivere sez. d'urto elementare per processo $\vec{e} \vec{q} \rightarrow e' q$
- scrivere convoluzione in ipotesi QPM di fattorizzazione
→ dedurre funzioni di struttura in termini di
densità partoniche

oppure



Metodo alternativo



perche' $L_z = 0$ (processo collineare)
 → conservazione del momento angolare

Quindi $\gamma^* \uparrow q^\downarrow \rightarrow q^\uparrow$
 $\gamma^* \downarrow q^\uparrow \rightarrow q^\downarrow$



$$\left. \begin{aligned} \sigma_{3/2}^T &\leftrightarrow \gamma^* \uparrow P^\uparrow \propto \sum_f e_f^2 q_f^\downarrow \\ \sigma_{1/2}^T &\leftrightarrow \gamma^* \downarrow P^\uparrow \propto \sum_f e_f^2 q_f^\uparrow \end{aligned} \right\} \rightarrow A_1 = \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} = \frac{\sum_{f,\bar{f}} e_f^2 (q_f^\uparrow - q_f^\downarrow)}{\sum_{f,\bar{f}} e_f^2 (q_f^\uparrow + q_f^\downarrow)}$$

$$= \frac{\tilde{G}_1(x_B)}{F_1(x_B)} \equiv \frac{g_1(x_B)}{f_1(x_B)}$$

distribuzione di elicità' $g_1(x_B) = \frac{1}{2} \sum_{f,\bar{f}} e_f^2 [q_f^\uparrow(x_B) - q_f^\downarrow(x_B)]$

Distribuzione di spin trasverso

procedura simile

$$\tilde{G}_1(x_B) + \tilde{G}_2(x_B) \equiv g_1(x_B) + g_2(x_B) = \frac{1}{2Mx_B} \sum_{f,\bar{f}} e_f^2 m_f [q_f^{\rightarrow}(x_B) - q_f^{\leftarrow}(x_B)]$$

se $p_T \neq 0$ $\gamma^{*\uparrow} q^{\uparrow}$, $\gamma^{*\downarrow} q^{\downarrow}$ permesse



ad esempio per 1 flavor solo con q^{\uparrow}

$p_T = 0$

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} \\ &= \frac{\sum_{f,\bar{f}} e_f^2 (q_f^{\uparrow} - q_f^{\downarrow})}{\sum_{f,\bar{f}} e_f^2 (q_f^{\uparrow} + q_f^{\downarrow})} \sim \frac{q_f^{\uparrow}}{q_f^{\uparrow}} = 1 \end{aligned}$$

$p_T \neq 0$

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} \\ &= \frac{1 - \frac{p_T^2}{E(E+m)}}{1 + \frac{p_T^2}{E(E+m)}} \sim 1 \end{aligned}$$



conclusione prematura !

Distribuzione di elicità e misura dello spin

interesse in $g_1(x_B, Q^2)$ è dovuto al fatto che il suo **1° momento di Mellin** è **calcolabile su reticolo** ed è collegabile alla carica assiale (conservata) del nucleone, cioè è misurabile ad una data scala Q^2 , ma indipendentemente dalla scala di rinormalizzazione

1° momento di g_1

$$\Gamma_1(Q^2) = \int_0^1 dx g_1(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 \int_0^1 dx (q_f^\uparrow(x, Q^2) - q_f^\downarrow(x, Q^2)) = \frac{1}{2} \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 \Delta q_f$$

$$\langle PS | \bar{q}_f \gamma^\mu \gamma_5 q_f | PS \rangle |_{\mu^2} = S^\mu \Delta q_f(\mu^2) \quad \Delta q_f = \int_0^1 dx (q_f^\uparrow(x, Q^2) - q_f^\downarrow(x, Q^2))$$

$\propto g_A$ μ scala di rinormalizzazione sottintesa

$$\text{exp.} \rightarrow A_{\parallel}, A_{\perp} \rightarrow A_1, A_2 \rightarrow g_1(x_B, Q^2) \rightarrow \Gamma_1(Q^2) \rightarrow \Delta q_f$$

1 relazione per $f \geq 3$ incognite !

(continua)

in QPM per protone : $\Gamma_1^p = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{9} \Delta u + \frac{1}{9} \Delta d + \frac{1}{9} \Delta s \right) \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + o(\alpha_s) + o\left(\frac{\Lambda^2}{Q^2}\right) \right)$ (correzioni di pQCD)

3 incognite \rightarrow info da corrente assiale $A_\mu^a \sim \gamma_\mu \gamma_5 T^a$ in transizioni di Gamow-Teller (β decay) nell'ottetto barionico

$$2\langle PS|A_\mu^3|PS\rangle = (\Delta u - \Delta d)S_\mu = g_A S_\mu \equiv (F + D) S_\mu$$

$g_A = F+D$ carica assiale (si misura in $n \rightarrow p + e + \gamma$)

$$2\sqrt{3}\langle PS|A_\mu^8|PS\rangle = (\Delta u + \Delta d - 2\Delta s)S_\mu \equiv (3F - D)S_\mu$$

F,D el. matrice invarianti di A_μ^a in SU(3) decadimenti semileptonici

$$\langle PS|A_\mu^0|PS\rangle|_{\mu^2} = (\Delta u + \Delta d + \Delta s)S_\mu \equiv \Delta\Sigma(\mu^2)S_\mu$$

$A_\mu^0 = \sum_f \bar{\psi}_f \gamma_\mu \gamma_5 \psi_f$ corrente assiale di singoletto non conservata

anomalia triangolare dipendenza da μ^2

$$\partial^\mu A_\mu^0 = \frac{n_f \alpha_s}{2\pi} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}$$

Quindi $\Gamma_1^p, F, D \rightarrow \underline{\Delta\Sigma|_{\mu^2}} \rightarrow \Delta u, \Delta d, \Delta s$

QPM e Ellis-Jaffe sum rule

QPM : funz. d'onda del q in P^\uparrow secondo $SU_f(3) \otimes SU(2) = SU(6)$

$$|P^\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} \left(2u^\uparrow u^\uparrow d^\downarrow - u^\uparrow u^\downarrow d^\uparrow - u^\downarrow u^\uparrow d^\uparrow + \text{permutazioni di } d \right)$$

componenti di

elicita': $u^\uparrow = \frac{5}{3}; u^\downarrow = \frac{1}{3}; d^\uparrow = \frac{1}{3}; d^\downarrow = \frac{2}{3} \rightarrow \Gamma_1^p = 5/18 \sim \mathbf{0.28}$
 $\Delta\Sigma = \mathbf{1}$



da fit a decadimenti semileptonici $\rightarrow \mathbf{F} = 0.47 \pm 0.004; \mathbf{D} = 0.81 \pm 0.003$
 ma no info su $\Delta\Sigma$!

Ellis-Jaffe ('73) : Hp. perfetta simmetria $SU(3) + \Delta s = 0$

$$\Gamma_1^p = \int_0^1 dx g_1^p(x) \sim \frac{1}{18} (4\Delta u + \Delta d) + \text{correzioni pQCD} = \mathbf{0.17 \pm 0.01}$$

$$\Delta\Sigma = \Delta u + \Delta d = 3F - D = \mathbf{0.60 \pm 0.12}$$

Esperimento EMC (CERN, '87)

$$\mu^\uparrow p^\uparrow \rightarrow \mu p \text{ at } Q^2 = 10.7 \text{ GeV}^2$$

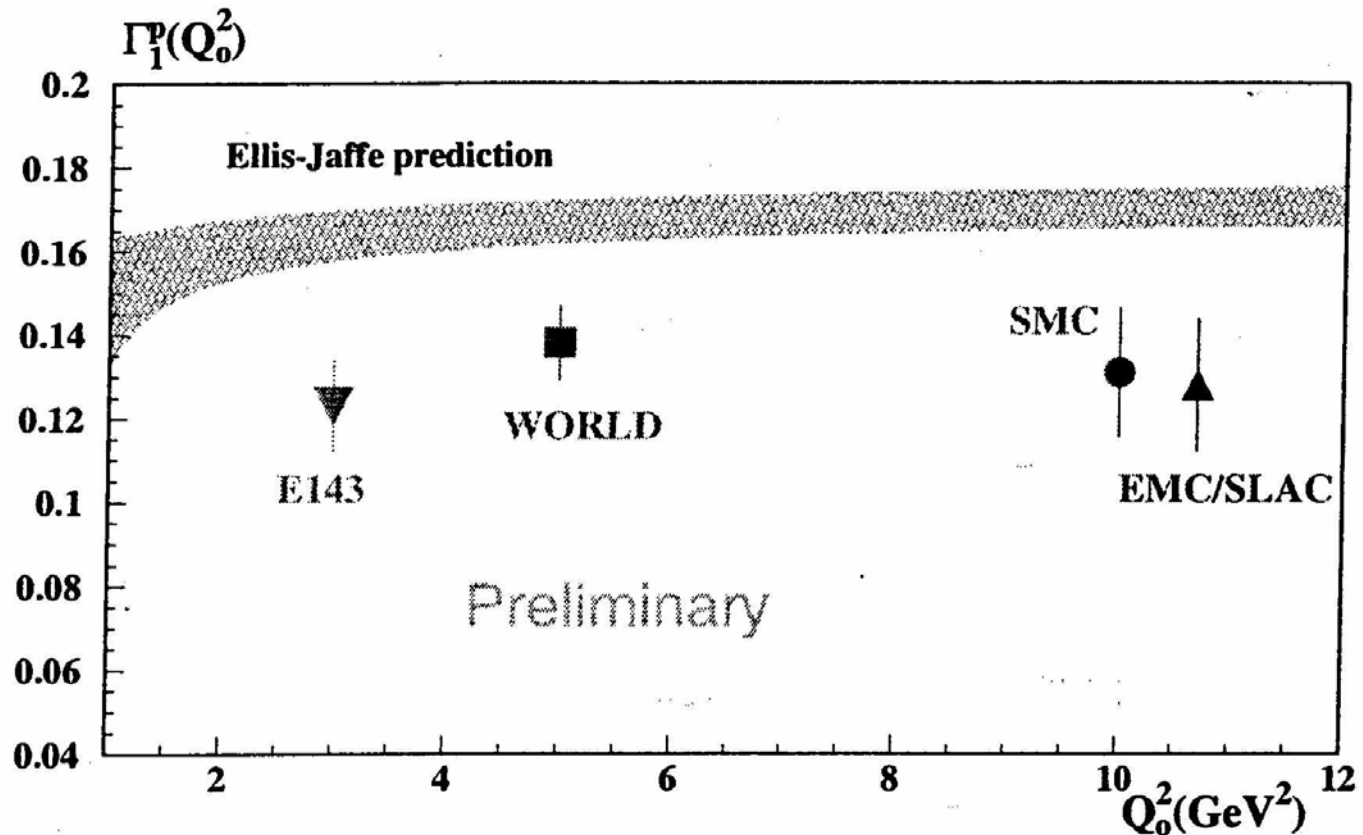
$$A_{\parallel} = \frac{d\sigma^{\uparrow\downarrow} - d\sigma^{\uparrow\uparrow}}{d\sigma^{\uparrow\uparrow} + d\sigma^{\uparrow\downarrow}} \sim \frac{E - E'\epsilon}{E(1 + \epsilon R)} A_1 \sim \frac{E - E'\epsilon}{E(1 + \epsilon R)} \frac{g_1(x_B, Q^2)}{F_1(x_B, Q^2)} \quad \Gamma_1^p(10.7) = \int_{x_{min}}^{x_{max}} dx g_1(x, 10.7)$$

$$= 0.126 \pm 0.010 \pm 0.015$$

$$R = \sigma_L / \sigma_T$$

da sez. d'urto non polarizzata

confermato da altri
esperimenti:
SMC (Cern),
E142 e E143
(SLAC)



Spin crisis

$$\Delta u - \Delta d = F + D$$

$$\Delta u + \Delta d - 2\Delta s = 3F - D$$

$$\Delta u + \Delta d + \Delta s = \Delta\Sigma(\mu^2)$$

$$\Gamma_1^p(Q^2) = \frac{1}{18} (3F + 4D + 4\Delta\Sigma)$$



$$F, D, \Gamma_1^p(Q^2) \rightarrow \Delta\Sigma(Q^2) \rightarrow \Delta u, \Delta d, \Delta s$$

$$Q^2 = 10.7 \text{ GeV}^2$$

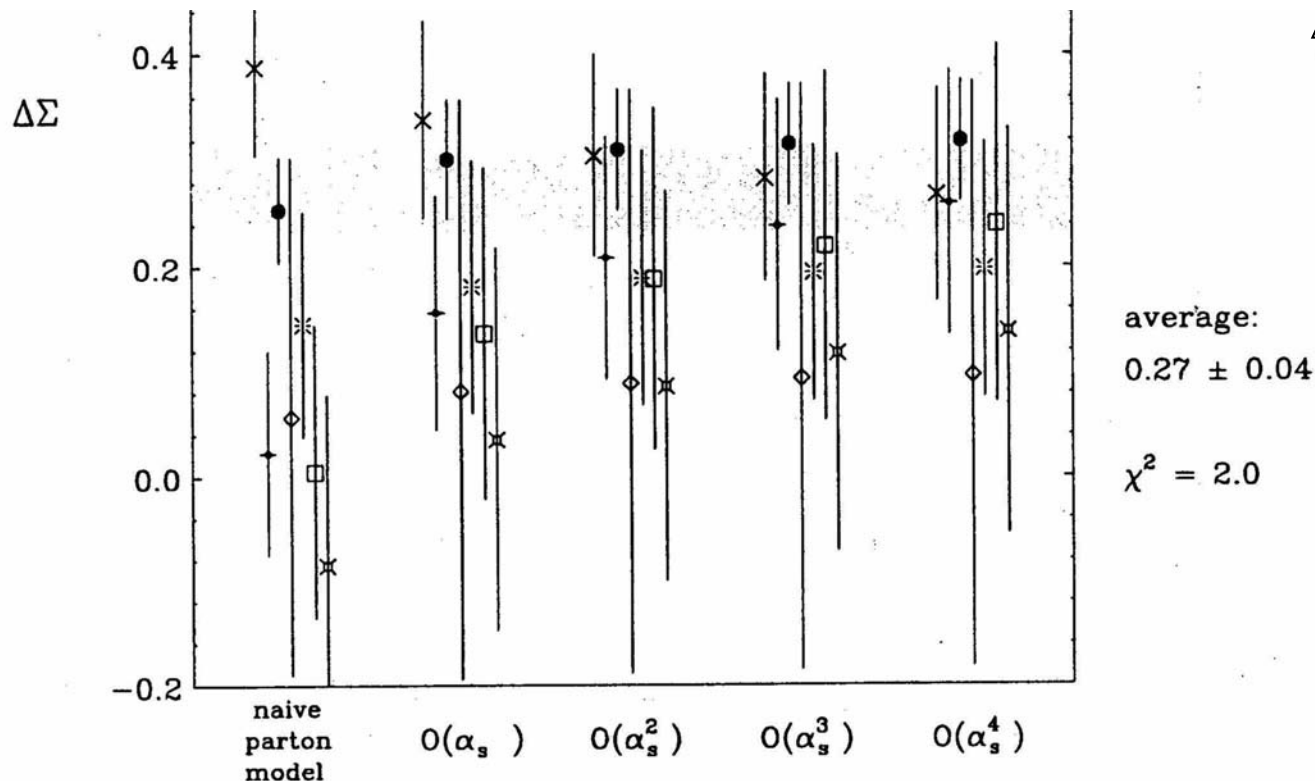
$$\Delta\Sigma = 0.13 \pm 0.19$$

$$\Delta u = 0.78 \pm 0.10$$

$$\Delta d = 0.50 \pm 0.10$$

$$\Delta s = -0.20 \pm 0.11$$

polarizzazione
negativa del mare



$$Q^2 = 3 \text{ GeV}^2$$

$$\Delta\Sigma = 0.27 \pm 0.04$$

(spin crisis continua)

QPM

Ellis – Jaffe sum rule

exp.

$$SU_f(3) + \Delta s = 0$$

$$\Gamma_1^p \sim 0.28$$

$$\Delta\Sigma = 1$$

$$\Gamma_1^p = 0.17 \pm 0.01$$

$$\Delta\Sigma = 0.60 \pm 0.12$$

$$Q^2 = 10.7 \text{ GeV}^2$$

$$\Gamma_1^p = 0.126 \pm 0.010 \pm 0.015$$

$$\Delta\Sigma = 0.13 \pm 0.19$$

$$Q^2 = 3 \text{ GeV}^2$$

$$\Delta\Sigma = 0.27 \pm 0.04$$

discrepanza
> 2σ

violazione di $SU_f(3)$

estrapolazione $g_1(x)$ per $x \rightarrow 0$

anomalia assiale $\partial^\mu A_\mu^0 = \frac{n_f \alpha_s}{2\pi} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}$
 → contributo di gluoni

$$\Delta q = \Delta q' - \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta g$$

nessuna ipotesi spiega
quantitativamente la
discrepanza osservata