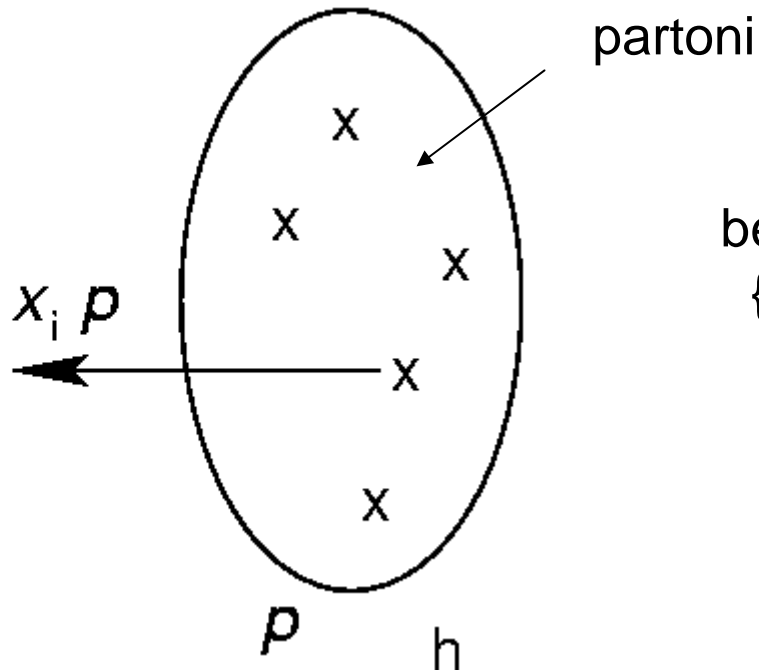
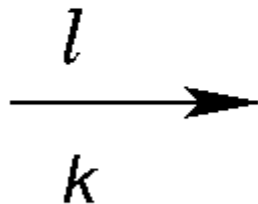


# Riassunto della lezione precedente

- teoria generale dello scattering da sonda leptonica:  
sez. d'urto per scattering inclusivo elastico da particella di Dirac puntiforme e con struttura interna; fattori di forma di Dirac e Pauli; decomposizione di Gordon
- formula di Rosenbluth; fattori di forma di Sachs; separazione di Rosenbluth; deviazione dei dati sperimentali da scaling asintotico della pQCD
- formula generale di Rosenbluth per scattering inclusivo (an)elastico; confronto con caso elastico puntiforme  $\rightarrow$  scaling
- fondamento del QPM: in regime cinematico di DIS ( $Q^2, \nu \rightarrow \infty, x_B$  fissato)  
scaling  $\Leftrightarrow$  somma incoerente di scattering elastici su costituenti puntiformi fermionici in moto quasi libero

sonda leptonica



bersaglio =

{ partoni  $i=1..n$  in stato virtuale con momento  $x_i p$ ,  $1 \geq x_i \geq 0$  }

bersaglio adronico

ogni stato virtuale ha vita media  $\tau_i > 0$  nel rest frame di  $h$

nel c.m. frame  
contrazione di Lorentz  
dilatazione dei tempi

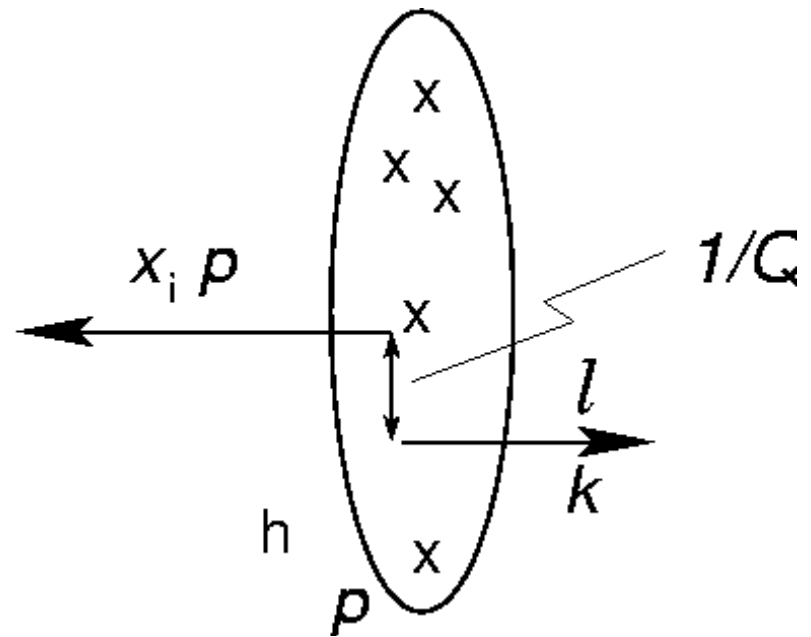
$$\tau_i \rightarrow \frac{\tau_i}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

il leptone  $l$  attraversa il bersaglio  $h$  in un tempo

$$t \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} 0$$

il leptone vede una configurazione “congelata” di partoni

per il principio di indeterminazione  
 lo scambio di  $\gamma^*$  tra  $l$  e partone  
 avviene solo se il parametro di  
 impatto (separazione trasversa tra  
 le due traiettorie)  $e' < 1/Q$



probabilità di trovare un altro partone  $j \neq i$  vicino  
 =

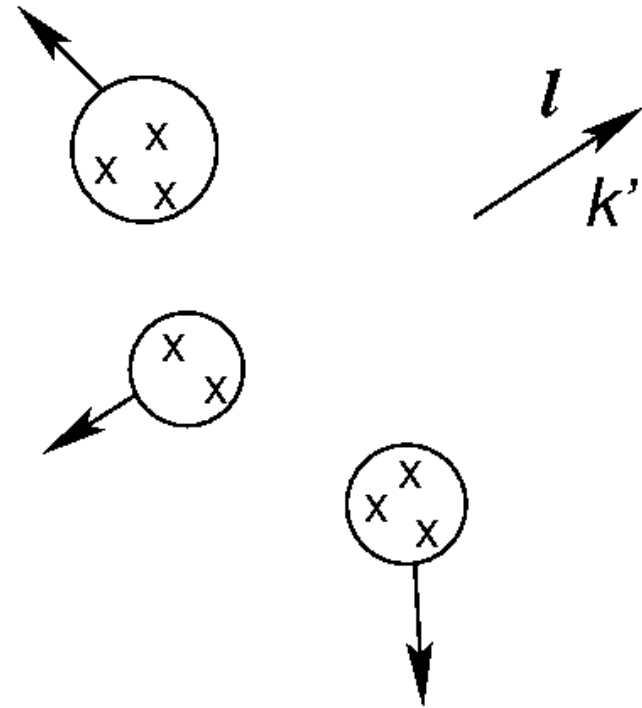
area dello scattering hard  $l$  - partone  
 superficie di impatto del bersaglio

$$\sim \frac{1}{\pi R_h^2} \frac{Q^2}{Q^2} \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} 0$$

leptone  $l$  rivelato in stato finale

i residui del bersaglio  $h$  si ricombinano  
in adroni non osservati ( $\Sigma_X$ )

adronizzazione avviene su scala  
temporale piu` lunga dello scattering  
hard  $l$  – partone (vale anche per  
correlazioni iniziali tra partoni prima  
dello scattering hard)

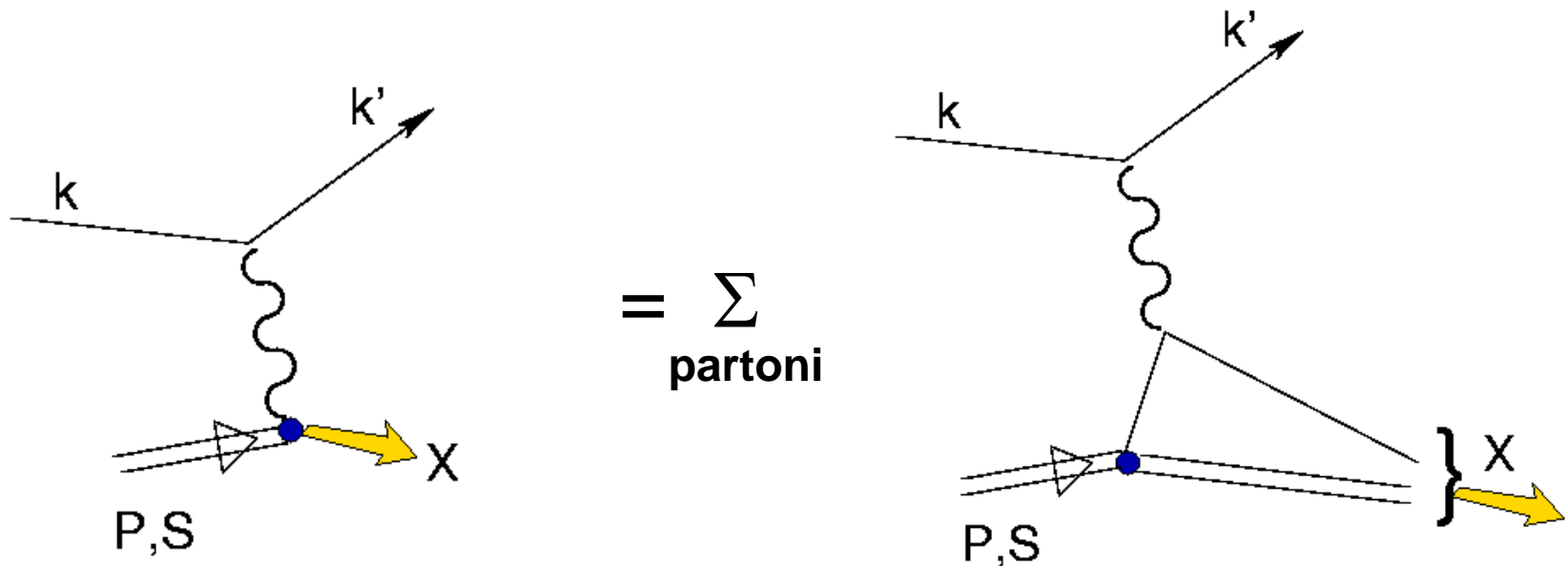


fattorizzazione tra processo di scattering hard  $l$  – partone e processi soft tra partoni, che portano alla ricombinazione degli stessi fino a formare adroni senza colore (incluso il bersaglio  $h$ )

alta energia:  $Q^2 \rightarrow \infty$  , regime DIS

il partone e` quasi sulla mass-shell e vive piu` a lungo di  $1/Q$

approssimazione di Born per lo scattering hard  $l$  - partone



generalizzazione dell'Impulse Approximation (IA)

# QPM

- per  $Q^2 \rightarrow \infty$  in DIS, scattering hard  $l$  – partone in approssimazione di Born
- i partoni sono quasi on-shell e vivono in stato virtuale congelato
- fattorizzazione tra scattering hard e processi soft tra partoni



Convoluzione tra processo elementare (scattering hard)  
e distribuzione di probabilita` dei partoni con flavor  $f$  nell'adrone  $h$

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega}(P, q) = \sum_{f, \bar{f}} \int_0^1 dx \frac{d\sigma^{\text{el}}}{dE' d\Omega}(xP, q) \phi_f(x)$$

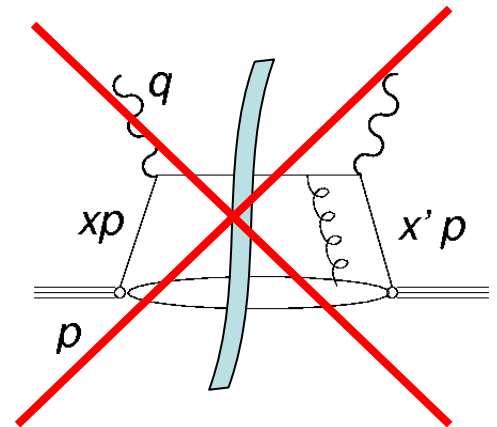
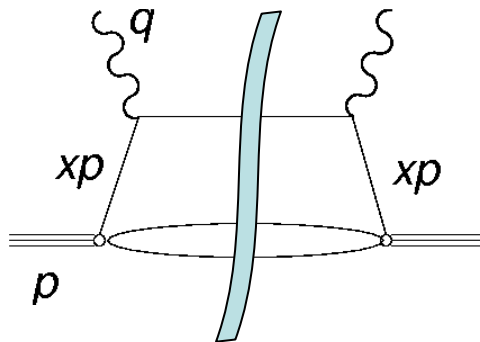
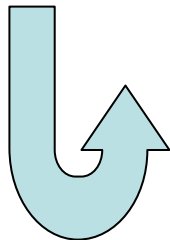
scattering elastico  $l$  – partone calcolabile da QED

probabilita` incognita di trovare partone  $f$  con  
frazione  $x$  del momento dell'adrone  $h$

## Note :

- fattorizzazione tra scattering hard e distribuzione di probabilità  
→ sezione d'urto proporzionale a densità dei partoni
- scattering hard calcolabile da QED;  
distribuzione di probabilità deducibile dal confronto con dati exp.
- in approssimazione di Born, scattering hard su partoni liberi  
→ asymptotic freedom  $\alpha_s \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} 0$  (contrario di QED)  
→ somma incoerente di scattering hard

$$\frac{d\sigma^{\text{el}}}{dE' d\Omega} \sim L_{\mu\nu} W^{\text{el} \mu\nu}$$



## Calcolo di $W^{\text{el}\mu\nu}$

scattering elastico da particella puntiforme (si suppone fermione di Dirac)

$$\frac{d\sigma^{\text{el}}}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu} W^{\text{el}\mu\nu}$$



$$\begin{aligned} 2m W^{\text{el}\mu\nu} &= \frac{1}{2\pi} \int \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^3 2p'^0} (2\pi)^4 \delta(p + q - p') H^{\text{el}\mu\nu} \\ &= \delta(2xP \cdot q - Q^2) H^{\text{el}\mu\nu} = \frac{1}{2M\nu} \delta(x - x_B) H^{\text{el}\mu\nu} \end{aligned}$$

$H^{\text{el}\mu\nu}$  per particella di Dirac puntiforme  $\equiv L^{\mu\nu}$ , ma ....



$$\begin{aligned} H^{\text{el}\mu\nu} &= e_f^2 \frac{1}{2} \text{Tr} \left[ (\not{p}' + m) \gamma^\mu (\not{p} + m) \gamma^\nu \right] \\ &= e_f^2 2 \left[ p'^\mu p^\nu + p'^\nu p^\mu + g^{\mu\nu} (m^2 - p' \cdot p) \right] \end{aligned}$$



# Ampiezza di scattering elementare

$$L_{\mu\nu} = 2 (k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - k \cdot k' g_{\mu\nu})$$



$$L_{\mu\nu} H^{\text{el}}{}^{\mu\nu} = e_f^2 8 \left[ p' \cdot k' p \cdot k + p' \cdot k p \cdot k' - m^2 k \cdot k' \right]$$

$$\stackrel{\text{TRF}}{=} e_f^2 8 \left[ 2x^2 M^2 E E' + x M E k' \cdot q + \right. \\ \left. x M E' k \cdot q - m^2 k \cdot k' \right]$$

$$\begin{aligned} p' &= p + q \\ p &= x P \\ m^2 &= x^2 M^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q &= k - k' \\ k^2 &= k'^2 \sim 0 \end{aligned}$$

$$= e_f^2 16 E E' m^2 \cos^2 \frac{\theta_e}{2} \left[ 1 + \frac{Q^2}{2m^2} \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right]$$

## Sezione d'urto elastica elementare



$$\frac{d\sigma^{\text{el}}}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu} W^{\text{el} \mu\nu}$$

$$= \frac{\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} \frac{1}{2m} \frac{1}{2M\nu} \delta(x - x_B) L_{\mu\nu} H^{\text{el} \mu\nu}$$

$$x_B = \frac{Q^2}{2P \cdot q}$$

$$\frac{Q^2}{2p \cdot q} = \frac{x_B}{x}$$

$$= \frac{4\alpha^2}{Q^4} E'^2 \cos^2 \frac{\theta_e}{2} e_f^2 \frac{2mx_B}{Q^2} \delta(x - x_B) \left[ 1 + \frac{Q^2}{2m^2} \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right]$$

$$= \sigma_{\text{Mott}} \left[ e_f^2 \delta(x - x_B) \frac{x}{\nu} + e_f^2 \delta(x - x_B) \frac{x_B}{m} \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right]$$

Ricorda :

scattering elastico su fermione puntiforme

scattering inclusivo (an)elastico



$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \sigma_{\text{Mott}} \left( 1 + 2\tau \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right) \delta \left( \nu - \frac{Q^2}{2M} \right)$$



$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \sigma_{\text{Mott}} \left\{ W_2 + 2W_1 \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right\}$$

$$W_2^{\text{el}} \leftrightarrow \frac{1}{\nu} \delta \left( 1 - \frac{Q^2}{2M\nu} \right) = \frac{\delta(1 - x_B)}{\nu} \equiv \frac{F_2(x_B)}{\nu}$$

$$2W_1^{\text{el}} \leftrightarrow \frac{Q^2}{2M^2\nu} \delta \left( 1 - \frac{Q^2}{2M\nu} \right) = \frac{x_B}{M} \delta(1 - x_B) \equiv \frac{2}{M} F_1(x_B)$$



$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \sigma_{\text{Mott}} \left\{ \frac{F_2}{\nu} + \frac{2F_1}{M} \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right\} = \sum_{f, \bar{f}} \int_0^1 dx \frac{d\sigma^{\text{el}}}{dE' d\Omega} \phi_f(x)$$

# Funzioni di struttura



$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} &= \sum_{f, \bar{f}} \int_0^1 dx \frac{d\sigma^{\text{el}}}{dE' d\Omega} \phi_f(x) \\ &= \sigma_{\text{Mott}} \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 \int_0^1 dx \delta(x - x_B) \phi_f(x) \left[ \frac{x}{\nu} + \frac{x_B}{m} \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right] \\ &= \sigma_{\text{Mott}} \left[ \frac{1}{\nu} F_2 + \frac{2}{M} F_1 \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right]\end{aligned}$$

$$F_1(x_B) = \frac{1}{2} \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 \phi_f(x_B) \quad F_2(x_B) = x_B \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 \phi_f(x_B)$$

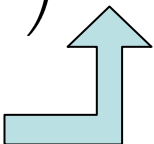
Relazione di Callan-Gross


Callan e Gross, P.R.L. **22** 156 ('69)

$$2x_B F_1(x_B) = F_2(x_B)$$

## Componenti longitudinale e trasversa della risposta inclusiva

$$\begin{aligned}
 W^{\mu\nu} &= \left( -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) W_1 + \frac{\tilde{P}^\mu \tilde{P}^\nu}{M^2} W_2 \\
 &= \left( -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} + \frac{\tilde{P}^\mu \tilde{P}^\nu}{\tilde{P}^2} \right) W_1 + \frac{\tilde{P}^\mu \tilde{P}^\nu}{\tilde{P}^2} \left( -W_1 + \frac{\tilde{P}^2}{M^2} W_2 \right) \\
 &\equiv \left( -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} + \frac{\tilde{P}^\mu \tilde{P}^\nu}{\tilde{P}^2} \right) W_T + \frac{\tilde{P}^\mu \tilde{P}^\nu}{\tilde{P}^2} W_L
 \end{aligned}$$

$q \cdot ( \dots ) = 0$ 




$$\begin{aligned}
 \tilde{P}^\mu &= P^\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q^\mu \\
 \tilde{P}^2 &= M^2 \left( 1 + \frac{\nu^2}{Q^2} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{dE' d\Omega} &= \sigma_{\text{Mott}} \left[ W_2 + 2 W_1 \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right] \\
 &= \sigma_{\text{Mott}} \frac{Q^2}{\nu^2 + Q^2} \left[ W_L + \left( 1 + 2 \frac{\nu^2 + Q^2}{Q^2} \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right) W_T \right]
 \end{aligned}$$

## Callan-Gross (continua)

Rapporto :  $R = \frac{W_L}{W_T} = \frac{-W_1 + \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2}\right) W_2}{W_1}$



$$= \frac{F_2}{F_1} \frac{1}{2x_B} \left(1 + \frac{2Mx_B}{\nu}\right) - 1 \xrightarrow[\rightarrow]{\nu, Q^2 \rightarrow \infty} 0$$

osservazione sperimentale

Atwood *et al.*, P.L. **B64** 479 ('76)

$$2x_B F_1(x_B) = F_2(x_B) \quad \longleftrightarrow \quad R = \frac{W_L}{W_T} \rightarrow 0$$

che significa ?



Close, *An introduction to quarks and partons*, Fig. 9.8

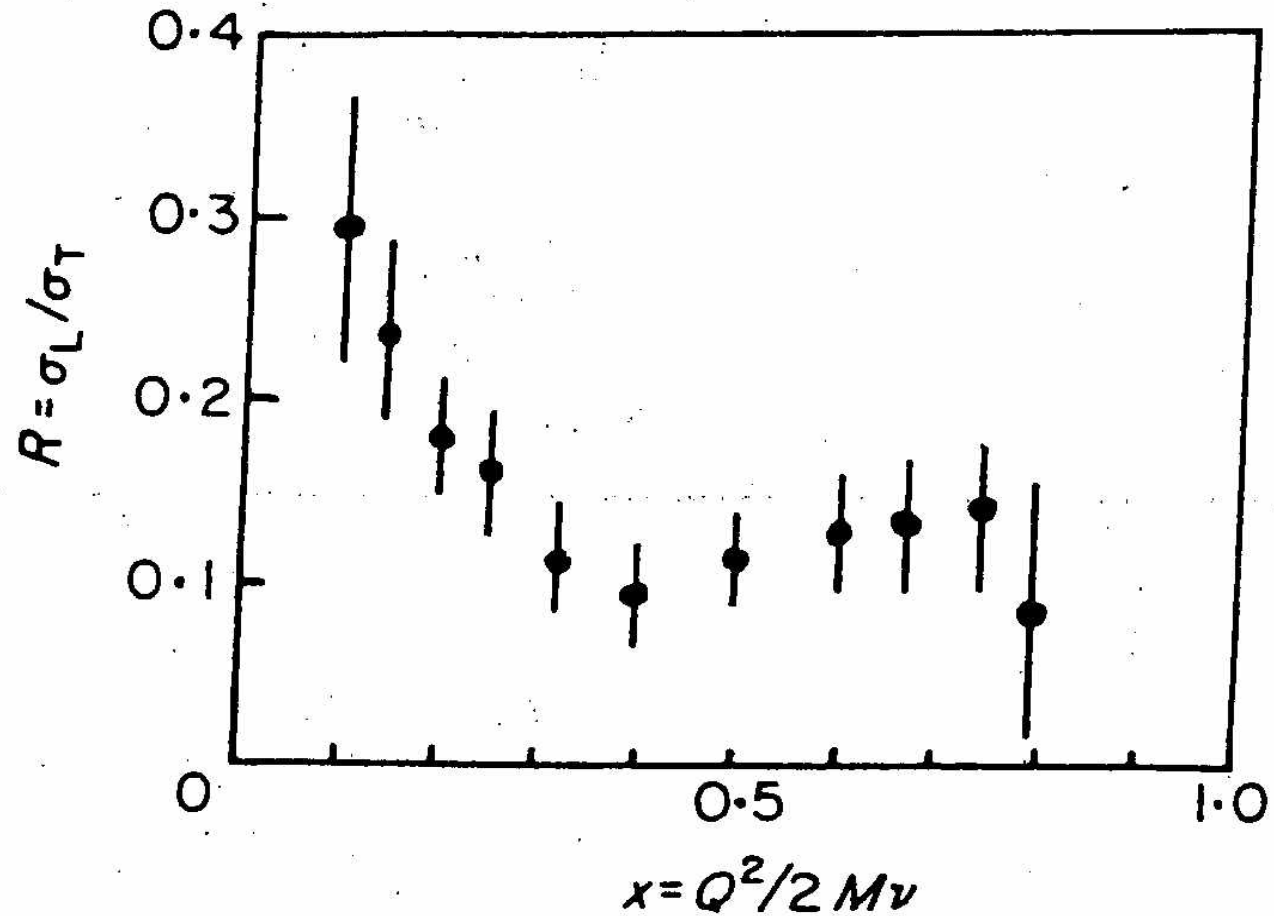


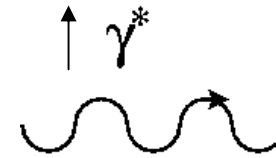
FIG. 9.8.  $R \equiv \sigma_L / \sigma_T$  as a function of  $x$ .



## Scattering nel Breit frame

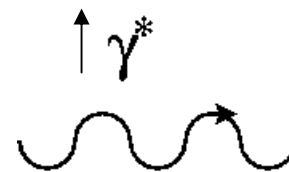
particella scalare (spin 0)

polarizzazione trasversa di  $\gamma^*$  porta  $L_z=1$   
 $\Rightarrow$  non puo` essere assorbita  $\Rightarrow W_T \rightarrow 0$



particella di Dirac (spin  $\frac{1}{2}$ )

interazione e.m. conserva l'elicit`  
 $\Rightarrow$  il cambio  $\Delta h = \pm 1$  compensa  $L_z = 1$   
di polarizzazione trasversa di  $\gamma^*$   
 $\Rightarrow$  polarizzazione longitudinale di  $\gamma^*$  non  
compensa  $\Rightarrow W_L \rightarrow 0$



Callan-Gross



partoni hanno spin  $\frac{1}{2}$



Primi anni '70 : - esplorazione sistematica delle proprietà del QPM  
 - "inquadrare" il QPM in una teoria di campo

$$F_1(x_B) = \frac{1}{2} \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 \phi_f(x_B) \quad F_2(x_B) = x_B \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 \phi_f(x_B)$$

DIS su  $N = \{p, n\}$   $\rightarrow$  accesso a densità partoniche nel  $N$

supponiamo  $p = \{uud\}$  e  $n = \{ddu\}$  cioè 2 flavor  $u, d$  e  $\bar{u}, \bar{d} \sim 0$

4 incognite :  $u_p(x_B)$  ,  $d_p(x_B)$  ,  $u_n(x_B)$  ,  $d_n(x_B)$

2 misure :  $F_2^p(x_B)$  ,  $F_2^n(x_B)$  in  $e^- + N \rightarrow e^- + X$

simmetria di isospin dell'interazione forte :

$$\begin{cases} u_p(x_B) = d_n(x_B) \\ d_p(x_B) = u_n(x_B) \end{cases}$$

$\rightarrow$  2 relazioni

sistema  
determinato

## Definizioni

$q_f(x)$  distribuzione di probabilita` di avere un partone (quark) di flavor  $f$  con frazione  $x$  del momento dell'adrone genitore

$\bar{q}_f(x)$  idem per antipartone (antiquark)

$\sum_f (q_f(x) + \bar{q}_f(x)) \equiv \Sigma(x)$  distribuzione di singoletto (di flavor)  
tutto il resto e` di non-singoletto (di flavor)

$q_f^v(x)$  distribuzione di partone (quark) di “valenza”

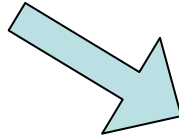
se ad ogni antiquark virtuale e` associato quark virtuale  
(polarizzazione di vuoto  $\rightarrow$  produzione di coppia  $\sim$  quarkonio)  
allora “valenza” = i quark rimanenti dopo aver rimosso quelli  
virtuali associati alla polarizzazione di vuoto

$q_f^{sea}(x)$  distribuzione di partone (quark) del “mare” di Dirac  
= i quark virtuali di cui sopra

$$q_f(x) \equiv q_f^v(x) + q_f^{sea}(x)$$

# Normalizzazione

$$e_N = \sum_{f, \bar{f}} e_f \int_0^1 dx q_f(x)$$



$$1 = \int_0^1 dx \left[ \frac{2}{3} (u(x) - \bar{u}(x)) - \frac{1}{3} (d(x) - \bar{d}(x)) \right]$$

$$0 = \int_0^1 dx \left[ \frac{2}{3} (d(x) - \bar{d}(x)) - \frac{1}{3} (u(x) - \bar{u}(x)) \right]$$



$$2 = \int_0^1 dx [u(x) - \bar{u}(x)] \equiv \int_0^1 dx u^v(x)$$

$$1 = \int_0^1 dx [d(x) - \bar{d}(x)] \equiv \int_0^1 dx d^v(x)$$



$$\text{DIS } \begin{aligned} e^- + p &\rightarrow e'^- + X \\ e^- + n &\rightarrow e'^- + X \end{aligned}$$

in Born approximation, cioè  $Q^2$  tale per cui scambio di  $\gamma^*$ , ma non di  $W^\pm$ ,  $Z^0$

2 flavors :  $f=u,d$

simmetria di isospin :  $u_p = d_n$   
 $d_p = u_n$

$$2F_1(x_B) = \frac{F_2(x_B)}{x_B} = \sum_{f,\bar{f}} e_f^2 q_f(x_B)$$

$$= \begin{cases} \text{protone} & \frac{4}{9} [u_p(x_B) + \bar{u}_p(x_B)] + \frac{1}{9} [d_p(x_B) + \bar{d}_p(x_B)] \\ \text{neutrone} & \frac{4}{9} [u_n(x_B) + \bar{u}_n(x_B)] + \frac{1}{9} [d_n(x_B) + \bar{d}_n(x_B)] \\ & = \frac{4}{9} [d_p(x_B) + \bar{d}_p(x_B)] + \frac{1}{9} [u_p(x_B) + \bar{u}_p(x_B)] \end{cases}$$

$$4 \geq \frac{F_2^{e^-n}}{F_2^{e^-p}} = \frac{[u(x_B) + \bar{u}(x_B)] + 4[d(x_B) + \bar{d}(x_B)]}{4[u(x_B) + \bar{u}(x_B)] + [d(x_B) + \bar{d}(x_B)]} \geq \frac{1}{4}$$

sperimentalmente si osserva

$$1 \xleftarrow{x_B \rightarrow 0} \frac{\nu W_2^{e^-n}}{\nu W_2^{e^-p}} = \frac{F_2^{e^-n}}{F_2^{e^-p}} \xrightarrow{x_B \rightarrow 1} \frac{1}{4}$$

Close, *An introduction to quarks and partons*, Fig. 11.3

dati da

Bloom, in *Proc. of 6<sup>th</sup> Int. Symp. On Electron and Photon Interactions*, Bonn ('73)

Bodek et al., P.L. **B51** 417 ('74)

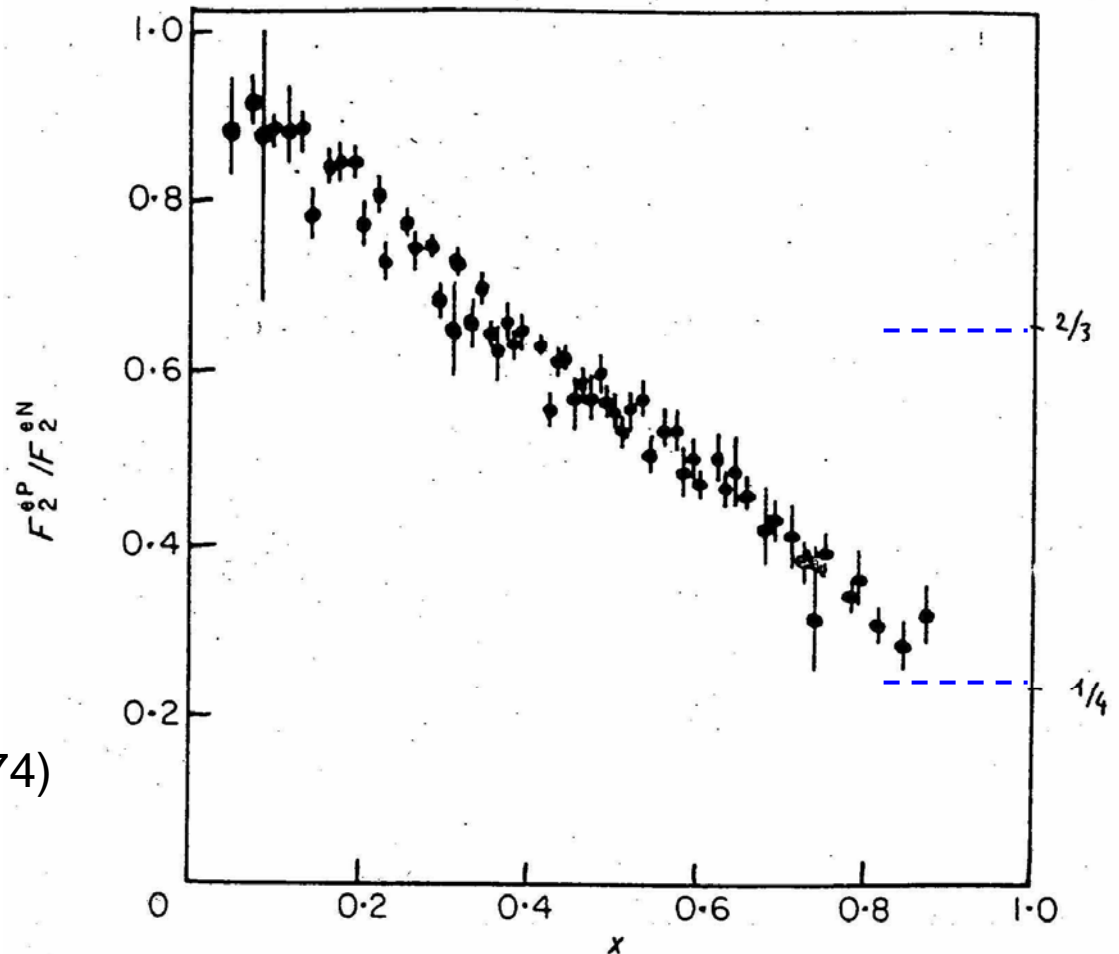


FIG. 11.3. The ratio  $\nu W_2^{eN}/\nu W_2^{eP}$  as a function of  $x$ .

$$\frac{F_2^{e^-n}}{F_2^{e^-p}} = \frac{[u(x_B) + \bar{u}(x_B)] + 4[d(x_B) + \bar{d}(x_B)]}{4[u(x_B) + \bar{u}(x_B)] + [d(x_B) + \bar{d}(x_B)]}$$

ricorda :  $q_f(x_B) = q_f^v(x_B) + q_f^{sea}(x_B)$

supponiamo :  $\bar{u}^v(x_B) = \bar{d}^v(x_B) = 0$  (ragionevole in  $N!$ )

supponiamo :  $u^{sea}(x_B) = \bar{u}^{sea}(x_B) = d^{sea}(x_B) = \bar{d}^{sea}(x_B) \equiv K(x_B)$



simmetria del “mare” di Dirac  
(pericolosa in QCD !)

$$1 \xleftarrow{x_B \rightarrow 0} \frac{F_2^{e^-n}}{F_2^{e^-p}} = \frac{u^v(x_B) + 4d^v(x_B) + 10K(x_B)}{4u^v(x_B) + d^v(x_B) + 10K(x_B)} \xrightarrow{x_B \rightarrow 1} \frac{1}{4}$$

dominanza del “mare” ( $K$ )  $u_p^v$  dominante  
( $d_p^v$  “ )

dominanza del “mare” ( $K$ )  
(produzione di coppie  
indipendente da flavor)

**naïve Hp:  $u_p^v = 2 d_p^v$  ( $|e_u|=2|e_d|$ )**

$$\Rightarrow \frac{F_2^{e^-n}}{F_2^{e^-p}} \rightarrow \frac{2}{3} \neq \frac{1}{4} \quad !$$

