

# Fisica Adronica

Marco Radici

e-mail: [radici@pv.infn.it](mailto:radici@pv.infn.it)

Stanza P-48, tel. 0382 987451

<http://www.pv.infn.it/~radici/>

## Bibliografia

- **C.T.E.Q.** *Handbook of perturbative QCD*  
<http://www.phys.psu.edu/~cteq#Handbook>
- **M.E. Peskin & D.V. Schroeder** *An Introduction to Quantum Field Theory*
- **F. Close** *An Introduction to Quarks and Partons*
- **T. Muta** *Foundations of Quantum Chromodynamics*
- **R.L. Jaffe** *International School on Spin Structure of the Nucleon*  
Erice, 3-10 Agosto 1995, hep-ph/9602236
- **R.G. Roberts** *The structure of the proton – Deep Inelastic Scattering*
- **I.J.R. Aitchison & A.J.G. Hey** *Gauge theories in Particle Physics*
- **O. Nachtmann** *Elementary Particle Physics*

# Introduzione storica

- Negli anni '50 la QED (Quantum ElectroDynamics) si assesta come una teoria di gauge abeliana rinormalizzabile che incorpora le eq. di Maxwell e descrive, con riscontri sperimentali di notevole successo, tutti i fenomeni elettromagnetici;  
i mediatori dell'interazione sono bosoni vettoriali di massa nulla, i fotoni;  
la costante di accoppiamento ( $\alpha_{em} \sim 1/137$  costante di struttura fine) permette di calcolare qualsiasi osservabile con arbitraria precisione attraverso lo sviluppo perturbativo.
- Negli stessi anni, partendo dalla teoria di Fermi, si capisce che anche i fenomeni di decadimento radioattivo possono essere descritti come una interazione dovuta allo scambio di bosoni vettori  $W$  e  $Z$ , ma massivi;  
le eq. del moto non sono quindi simili a quelle di Maxwell, ma sono legate al principio della rottura spontanea di una simmetria generale della teoria  
→ meccanismo di Goldstone;  
per formulare una teoria di gauge rinormalizzabile è necessario inglobare l'interazione elettromagnetica e quella debole;  
nasce il settore elettrodebole del Modello Standard

- Dopo gli studi di Yukawa, la teoria dell'interazione forte stenta ad assumere la veste completa di teoria di campo, perchè l'accoppiamento  $g^2/4\pi$  è troppo forte → quale selezione di diagrammi di Feynman dominanti ? non si riesce a tradurre l'interazione come scambio di bosoni vettori.
- Fenomenologia di scattering (in)elastico e diffrattivo descritta da diversi approcci (teoria di Regge, algebra delle correnti, regole di dispersione, etc..) indipendenti dalle caratteristiche delle particelle interagenti, ma piuttosto legati alle proprietà generali dell'ampiezza di scattering (analiticità, unitarietà, crossing, etc..)
- Nel 1963 Gell-Mann & Zweig propongono il concetto di quark, cioè di particella elementare di spin  $\frac{1}{2}$  con carica elettrica frazionaria e addizionali numeri quantici (sapore e colore), per interpretare l'ampio spettro di mesoni e di barioni a quel tempo noti in maniera più sistematica ed ordinata; rimane da spiegare però come mai non si riesca ad isolare tali particelle.

(Gell-Mann NOBEL 1969)

J. Joyce *Finnegans Wake* "Three quarks for Muster Mark"

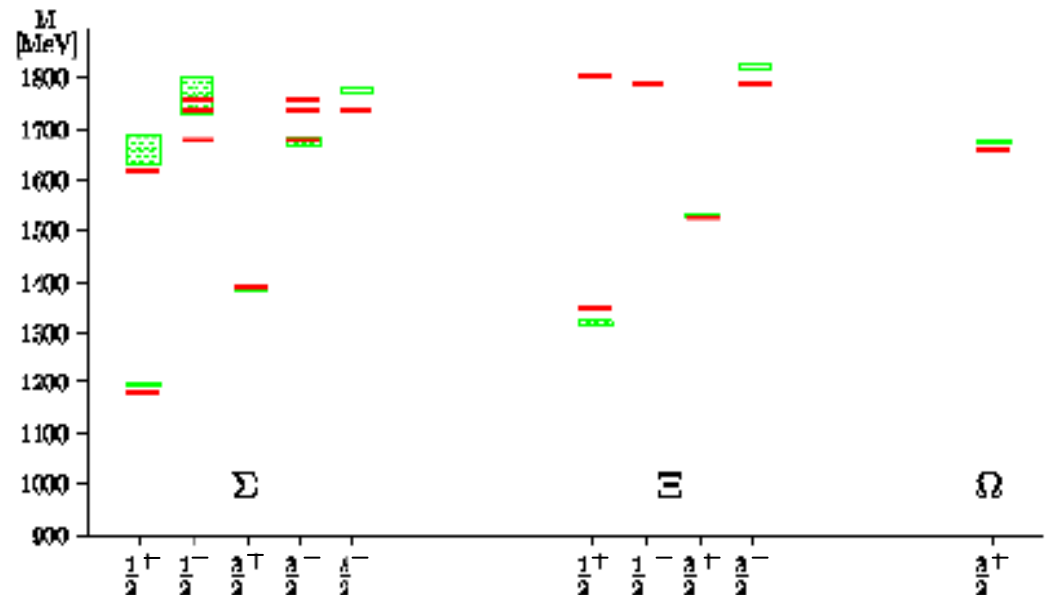
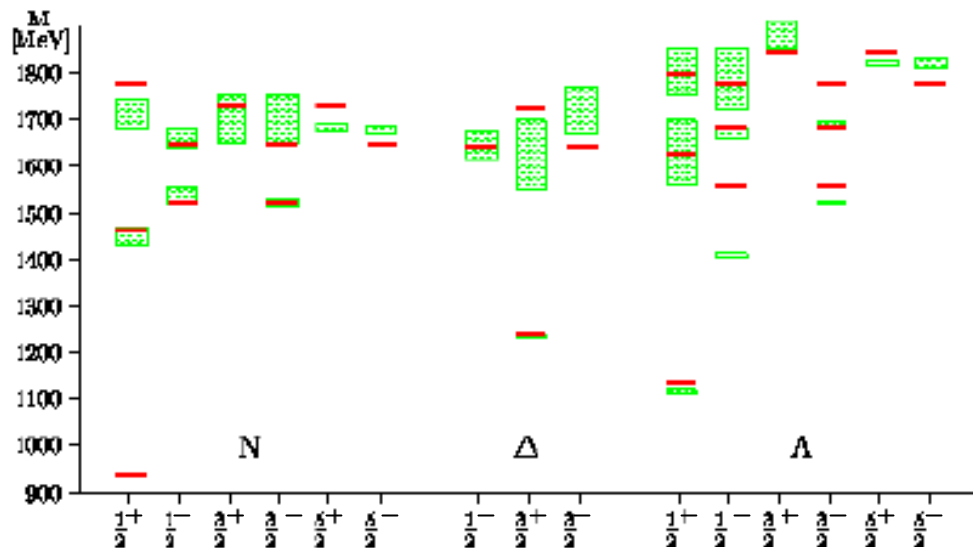
Gell-Mann, P.R. **92** 833 ('53); **125** 1067 ('62); P.L. **8** 214 ('64)

Gell-Mann e Ne'eman, *The eightfold way* (Benjamin, New York, 1964)

Zweig, CERN report N.8182/TH 401 ('64); N. 8419/TH 412 ('64)

- a metà '60 spettro dei barioni e dei mesoni è popolato da centinaia di livelli, ciascuno corrispondente ad una presunta particella fondamentale
- quarks introdotti per trovare un ordine sistematico nella classificazione che mettesse in evidenza una simmetria di livello più basso
- spettro degli adroni ricostruibile, in linea di massima, ipotizzando :
  1. quarks con spin  $\frac{1}{2}$  e massa circa uguale a  $\frac{1}{3}$  di quella del protone
  2. tre diversi gradi di libertà di sapore: up ( $u$ ), down ( $d$ ), strange ( $s$ )
  3. carica elettrica frazionaria a seconda del sapore
  4. tre diversi gradi di libertà di colore: rosso, verde, blu
  5. simmetria della funzione d'onda adronica
$$SU(6) (= SU(2)_{\text{spin}} \otimes SU(3)_{\text{flavor}}) \otimes SU(3)_{\text{color}}$$
- 6. gli adroni classificati come mesoni =  $\{ q\bar{q} \}$  barioni =  $\{ qqq \}$   
in combinazione neutra di colore

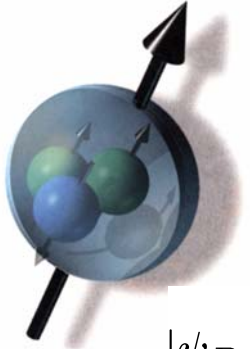
# Lo spettro barionico



25-Oct-06

# Modello a quark costituenti : il protone

protone = { 2 quarks  $u$ ,  $e_u = 2/3 e$  ed 1 quark  $d$ ,  $e_d = -1/3 e$ }



funzione d'onda di colore antisimmetrica

funzione d'onda di  $\{u,u\}$  nello stato fondamentale è in stato simmetrico di spin di tripletto

$$|\psi_P (S = \frac{1}{2}, S_z = \frac{1}{2})\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |\psi_{uu}(1, 1)\rangle |\psi_d(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} |\psi_{uu}(1, 0)\rangle |\psi_d(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})\rangle$$

momento magnetico del protone

$$\mu_P = \langle \psi_P | g \frac{\hbar}{2m} \hat{e} \hat{s}_z | \psi_P \rangle = 3 \frac{e \hbar}{2M_P} \equiv 3 \mu_B \quad \text{exp. } \mu_P = 2.78 \mu_B$$

$$\mu_N = -2 \mu_B \quad \text{exp. } \mu_N = -1.91 \mu_B$$

Perchè almeno tre flavor ?

Supponiamo quark  $u$  ,  $e_u = 2/3$  ; quark  $d$  ,  $e_d = -1/3$   
 accoppiati a spin 1 o 0 con onda relativa  $L=0,1,2\dots$  ( $S,P,D\dots$ )  
 notazione spettroscopica  $^{2S+1}L_J$  con  $J=L+S$

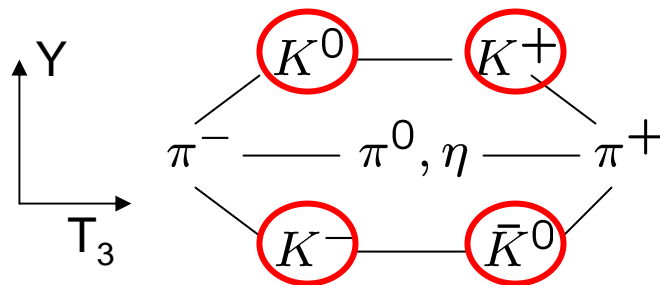
ordinando per energie crescenti, si avranno gli stati :

	$^1S_0$	$^3S_1$	$^1P_1$	$^3P_0$	$^3P_1$ .....
spettro mesonico	$\pi^{\pm,0}, \eta$	$\rho^{\pm,0}, \omega$	B	$\delta$	$A_1$ .....

interpretazione :

$\{u\bar{d}\}, \{d\bar{u}\}$	in	$^1S_0$	$^3S_1$	$^1P_1$	$^3P_0$	$^3P_1$ ....
$\{u\bar{u}\}, \{d\bar{d}\}$						

ma ottetto  
 pseudoscalare  
 contiene anche



flavor s

$$Y = \frac{1}{2}(B+S)$$

$$e_q = Y + \frac{1}{2}T_3$$

1974 : osservazione della particella  $J/\psi \rightarrow$  flavor c

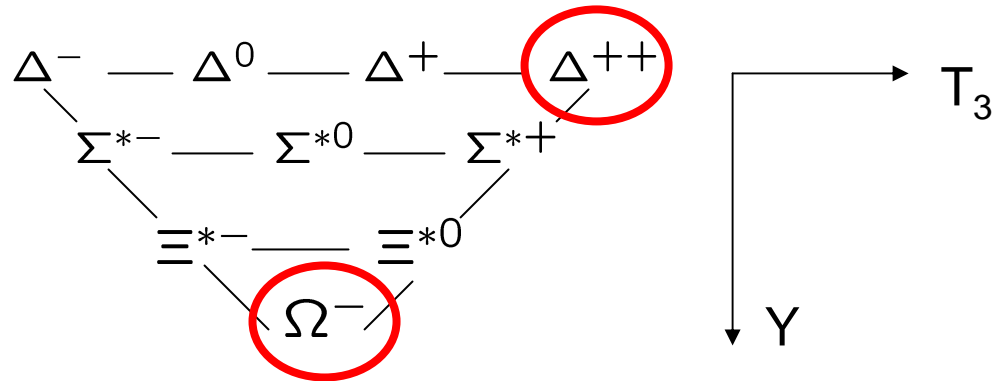
(Aubert *et al.*, P.R.L. **33** ('74) 1404

Augustin *et al.*, P.R.L. **33** ('74) 1406 )

## Perchè tre colori ?


Grado di libertà di colore necessario per preservare la statistica di Fermi-Dirac


barioni a spin 3/2  
organizzati in decupletto



risonanza  $\Delta^{++}$  : spin=3/2 , isospin=3/2  $\rightarrow$  sistema  $\{ uuu \}$

risonanza  $\Omega^-$  : spin=3/2 , isospin=0 stranezza= -3  $\rightarrow$  sistema  $\{ sss \}$

  $|\Delta^{++}_{3/2}\rangle = \varepsilon_{ijk} |u^i \uparrow, u^j \uparrow, u^k \uparrow\rangle$

 stati completamente  
simmetrici in spin e flavor  
ma risonanza ha spin  
semi-intero !

( $N_c = 3$  da evidenze sperimentali:

$$e^+e^- \rightarrow \text{hadrons} \propto N_c$$

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma \propto N_c^2)$$



- pompando energia nel sistema quarkonio (quark-antiquark) si producono stati eccitati equispaziati in energia (tipico dei potenziali di interazione lineari o di oscillatore armonico, non dei potenziali coulombiani)  
→ non si vede “ionizzazione” del quarkonio nel continuo

- le uniche combinazioni possibili sono il quarkonio e lo stato di 3 quark  
→ si rompe l’analogia con la Fisica Nucleare

$$\begin{array}{llll}
 {}^3H = \{ nnp \} & {}^3He = \{ ppn \} & {}^3_{\Lambda}He = \{ pp\Lambda \} & {}^4He = \{ ppnn \} \\
 n = \{ ddu \} & p = \{ uud \} & \Lambda = \{ uds \} & ??
 \end{array}$$

- le combinazioni possibili osservate formano sempre adroni di colore neutro  
→ l’interazione forte richiede neutralizzazione della carica di colore negli adroni osservati  
→ confinamento

$$|qqq\rangle \quad \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{10}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Ex. } |\Delta^{++}\rangle &= |u^i\rangle \varepsilon_{ijk} |u^j u^k\rangle \\
 &= \mathbf{3} \otimes \mathbf{3}^* = \mathbf{1}
 \end{aligned}$$

$$|q\bar{q}\rangle = \mathbf{3} \otimes \mathbf{3}^* = \mathbf{1} \oplus \mathbf{8} \quad \text{but } |qq\rangle \quad \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{3}^* \oplus \mathbf{6} \dots$$

Quindi adroni si formano da combinazioni  $|qqq\rangle$  e  $|q\bar{q}\rangle$  perchè sono le uniche che forniscono stati di singoletto di colore nella simmetria  $SU(3)_c$ . Ma perchè proprio  $SU(3)_c$  ?

Il gruppo di simmetria di colore deve soddisfare ai seguenti requisiti:

1.  $N_c=3$  cioè i quark stanno nella rappresentazione di tripletto **3**
2. antiquark stanno in rappresentazione **3\*** e sono diversi da quark
3. mesoni e barioni osservati stanno in stato di singoletto
4.  $|qq\rangle$ ,  $|\bar{q}\bar{q}\rangle$ ,  $|qqqq\rangle$ , .... non stanno in stato di singoletto

Nella classe di gruppi compatti di Lie, solo due scelte non isomorfe:  
 $SO(3)$  e  $SU(3)$

Ma in  $SO(3)$  la rappresentazione di tripletto è reale: **3**  $\equiv$  **3\*** ....

- Esperimenti a SLAC di DIS (Deep Inelastic Scattering) su protone
  - scaling (= risposta del sistema non dipende più dal momento trasferito)
    - + eventi ad alto angolo di diffusione
  - protone come insieme di oggetti puntiformi liberi che fanno da centri diffusori
  - modello a partoni, o QPM (Quark Parton Model)

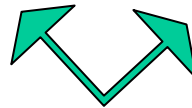
(Bloom *et al.*, P.R.L. **23** ('69) 930

Feynman, P.R.L. **23** ('69) 1415

Friedman, Kendall, Taylor NOBEL 1990)

Ma è lecito identificare i partoni con i quark ?

quark sono confinati



partoni si muovono ~ liberi nel protone

come si conciliano ?

⇒ coupling dipendente dall'energia

- teorie di gauge di campo classico (Yang & Mills, fine anni '50)

....

- teorie di gauge quantistiche rinormalizzabili (inizio anni '70)

- teoria delle interazioni forti : QCD (Quantum ChromoDynamics)  
teoria quantistica di gauge non abeliana rinormalizzabile (1973)  
(unica forma di teoria quantistica di campo rinormalizzabile a 4 dim.)

(Gross, Politzer, Wilczek, NOBEL 2004)

Quali sono le caratteristiche principali della QCD ?


Come fa ad inglobare le caratteristiche contrastanti osservate  
negli esperimenti all'inizio degli anni '70 ?


Non abelianità introduce asymptotic freedom  
unico esempio di teoria di gauge rinormalizzabile in 4 dim. con  
questa caratteristica → QCD è teoria delle interazioni forti

“Ricostruiamo” la Lagrangiana di QED per identificare le proprietà  
cruciali che vengono poi generalizzate al caso della QCD

Ingredienti: ♣ campo di Dirac  $\psi(x)$   
 ♣ trasformazione di gauge locale  $\psi(x) \longrightarrow e^{i\alpha(x)} \psi(x)$

Quali termini deve contenere la Lagrangiana per essere invariante?

• termine di massa  $m \bar{\psi}(x) \psi(x)$  

• termine cinetico con  $\partial_\mu \psi(x)$   $n^\mu \partial_\mu \psi(x) \doteq \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} [\psi(x + \epsilon n) - \psi(x)]$  

Definiamo il *comparatore*  $U(y, x) \longrightarrow e^{i\alpha(y)} U(y, x) e^{-i\alpha(x)}$   $\begin{aligned} U(x, x) &= \mathbb{I} \\ U(y, x) &= e^{i\phi(y, x)} \end{aligned}$

per spostamenti infinitesimi  $U(x + \epsilon n, x) = 1 + i\epsilon n^\mu (\partial_\mu \phi)|_{y=x} + o(\epsilon^2)$   
 $\equiv 1 - ie \epsilon n^\mu A_\mu(x) + o(\epsilon^2)$

Definiamo la *derivata covariante*

$$n^\mu D_\mu \psi(x) \doteq \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} [\psi(x + \epsilon n) - U(x + \epsilon n, x) \psi(x)]$$

$$D_\mu \psi(x) = \partial_\mu \psi(x) + ie A_\mu \psi(x)$$

è invariante per trasformazioni di gauge locali ?





$$U(x + \epsilon n, x) = 1 - ie \epsilon n^\mu A_\mu(x) + o(\epsilon^2)$$

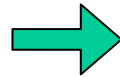
$$U(y, x) \longrightarrow e^{i\alpha(y)} U(y, x) e^{-i\alpha(x)}$$



$$A_\mu(x) \longrightarrow A_\mu(x) - \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(x)$$

$$\longrightarrow D_\mu \psi(x) \longrightarrow e^{i\alpha(x)} D_\mu \psi(x)$$

Invarianza per trasformazioni  
di gauge locali



esistenza del campo vettoriale  $A_\mu(x)$

termine cinetico del campo di Dirac è

$$\bar{\psi}(x) i \gamma^\mu D_\mu \psi(x)$$

$D_\mu$  ingloba l'interazione tra campo di Dirac  
e campo vettoriale (accoppiamento  
minimale) attraverso il coupling  $e$

Manca termine cinetico (invariante) per  $A_\mu(x)$

$$D_\mu \psi(x) \longrightarrow e^{i\alpha(x)} D_\mu \psi(x) \quad \longrightarrow \quad [D_\mu, D_\nu] \psi(x) \longrightarrow e^{i\alpha(x)} [D_\mu, D_\nu] \psi(x)$$

$$= ie (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) \psi(x) \equiv ie F_{\mu\nu} \psi(x)$$



$F_{\mu\nu}$  è invariante

Richiediamo anche invarianza per trasformazioni di parità e time-reversal

Lagrangiana di QED

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\psi}(x) [i\gamma^\mu D_\mu - m] \psi(x) - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

2 parametri:  $m$ ,  $e$

N.B. E' possibile aggiungere altri operatori di  $\text{dim.} \geq 4$ , ma non sono rinormalizzabili.

Generalizzazione:      invarianza per rotazione di fase locale  $\alpha(x)$



invarianza per gruppo di simmetria continuo  
(teorie di gauge, Yang & Mills)

Consideriamo il gruppo delle rotazioni a 3 dimensioni:  $\text{SU}(2)$

SU(2) :  $2^2-1=3$  generatori indipendenti  $\rightarrow$  base delle matrici di Pauli  $\sigma^i$ ,  $i=1-3$

Ingredienti: ♣ doppietto di campi di Dirac  $\psi(x) = \begin{vmatrix} \psi_1(x) \\ \psi_2(x) \end{vmatrix}$

♣ trasformazione di gauge locale  $\psi(x) \longrightarrow e^{i\alpha^i(x)\frac{\sigma^i}{2}}\psi(x)$   
 $\equiv V(x)\psi(x)$

$$[\sigma^i, \sigma^j] = \frac{i}{2} \epsilon^{ijk} \sigma^k \quad \text{algebra non commutativa dei generatori}$$

Teoria di gauge abeliana  $\leftrightarrow$  generatori del gruppo di gauge commutano  
non non

$$\textit{comparatore} \quad U(y, x) \longrightarrow V(y) U(y, x) V^\dagger(x)$$

per spostamenti infinitesimi  $U(x + \epsilon n, x) = 1 + ig \epsilon n^\mu A_\mu^i(x) \frac{\sigma^i}{2} + o(\epsilon^2)$

Definiamo la *derivata covariante*

$$n^\mu D_\mu \psi(x) \doteq \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} [\psi(x + \epsilon n) - U(x + \epsilon n, x) \psi(x)]$$

$$D_\mu \psi(x) = \partial_\mu \psi(x) - ig A_\mu^i \frac{\sigma^i}{2} \psi(x)$$

N.B. 3 generatori del gruppo  $\rightarrow$  3 campi vettoriali  $A_\mu^i$ ,  $i=1-3$







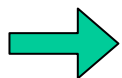
$$U(x + \epsilon n, x) = 1 + ig \epsilon n^\mu A_\mu^i(x) \frac{\sigma^i}{2} + o(\epsilon^2)$$

$$U(y, x) \longrightarrow V(y) U(y, x) V^\dagger(x)$$

$$A_\mu^i(x) \frac{\sigma^i}{2} \longrightarrow A_\mu^i(x) \frac{\sigma^i}{2} + \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha^i(x) \frac{\sigma^i}{2} + i \left[ \alpha^l(x) \frac{\sigma^l}{2}, A_\mu^i(x) \frac{\sigma^i}{2} \right] + o(\alpha^2)$$

$$\longrightarrow D_\mu \psi(x) \longrightarrow V(x) D_\mu \psi(x)$$

Invarianza per gruppo di trasformazioni di gauge locali con 3 generatori



esistenza di 3 campi vettoriali  $A_\mu^i(x)$

termine cinetico del doppietto di campi di Dirac è  $\bar{\psi}(x) i \gamma^\mu D_\mu \psi(x)$

$D_\mu$  ingloba l'interazione attraverso  $g$

termine cinetico (invariante) per  $A_\mu^i(x)$

$$D_\mu \psi(x) \longrightarrow V(x) D_\mu \psi(x) \quad \longrightarrow \quad [D_\mu, D_\nu] \psi(x) \longrightarrow V(x) [D_\mu, D_\nu] \psi(x)$$



$$[D_\mu, D_\nu] = -ig F_{\mu\nu}^i \frac{\sigma^i}{2}$$

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i + g \epsilon^{ijk} A_\mu^j A_\nu^k$$

$F_{\mu\nu}^i$  non è più una quantità gauge invariante per via dei 3  $A_\mu^i$ ,  $i=1-3$

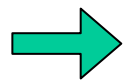
legge di trasformazione

$$F_{\mu\nu}^i \frac{\sigma^i}{2} \longrightarrow V(x) F_{\mu\nu}^j \frac{\sigma^j}{2} V^\dagger(x)$$

$$= F_{\mu\nu}^i \frac{\sigma^i}{2} + i \left[ \alpha^i \frac{\sigma^i}{2}, F_{\mu\nu}^j \frac{\sigma^j}{2} \right] + o(\alpha^2)$$

quantità invariante

$$-\frac{1}{2} \text{Tr} \left[ \left( F_{\mu\nu}^i \frac{\sigma^i}{2} \right)^2 \right] = -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^i)^2$$



Lagrangiana di Yang-Mills (teoria di gauge non abeliana)

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x) [i\gamma^\mu D_\mu - m] \psi(x) - \frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^i)^2$$

N=3 dimensione del gruppo SU(3) di colore  $\longleftrightarrow$   $\psi(x)$  tripletto di colore  
 $V(x)$  matrici 3x3

$3^2-1 = 8$  generatori  $\longleftrightarrow \frac{\sigma^i}{2} \rightarrow t^a \quad V(x) = e^{i\alpha^a(x) t^a}, a = 1 - 8$

algebra non commutativa  $[t^a, t^b] = i f^{abc} t^c$

costanti di struttura  $f^{abc} \leftrightarrow \epsilon^{ijk}$

$\downarrow$   
 8 campi vettoriali (gluoni)  $D_\mu \equiv \partial_\mu - ig A_\mu^a t^a$  derivata covariante

legge di trasformazione  $A_\mu^a(x) t^a \rightarrow V(x) \left( A_\mu^a(x) t^a + \frac{i}{g} \partial_\mu \right) V^\dagger(x)$   
 quantità invariante  $(F_{\mu\nu}^a)^2 \quad F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$

Lo stesso per SU(3) di sapore, ....

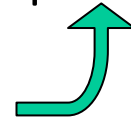
Lagrangiana di QCD (2 parametri:  $m$   $g$ )

$\rightarrow \mathcal{L}_{\text{QCD}} = \bar{\psi}(x) [i\gamma^\mu D_\mu - m] \psi(x) - \frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^i)^2$

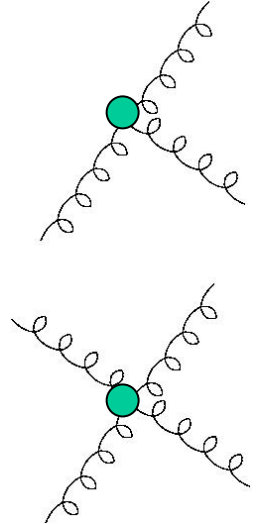
## Peculiarità di teoria di gauge non abeliana

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \bar{\psi}(x) [i\gamma^\mu D_\mu - m] \psi(x) - \frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^i)^2$$

$$\left. \begin{aligned} F_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \\ [t^a, t^b] &= i f^{abc} t^c \end{aligned} \right\}$$



accoppiamenti  
trilineari e  
quadrilineari  
dettati dal  
gruppo  
di simmetria



Quali conseguenze?