

Riassunto della lezione precedente

- DIS con sonda leptonica e bersaglio adronico polarizzati; se bersaglio ha spin = $\frac{1}{2} \rightarrow 2$ nuove funz. di struttura polarizzate
diverse strutture della risposta a seconda dell'orientazione dello spin del bersaglio rispetto al fascio incidente
- sezione d'urto nel centro di massa della reazione
diverse combinazioni di elicità $\rightarrow 4$ risposte rispetto alla polarizzazione del γ^* : W_L , W_T , W_{TT} , W_{LT}
asimmetrie di elicità “teoriche” legate a risposte di interferenza
- asimmetrie di elicità “sperimentali”, per bersagli polarizzati longitudinalmente o trasversalmente \rightarrow legame con corrispondenti asimmetrie “teoriche”
- scaling delle asimmetrie di elicità

QPM picture

$$\frac{d\Delta\sigma^h}{dx_B dy} = \frac{2M\nu\pi}{E'} \frac{d\Delta\sigma^h}{dE' d\Omega} = \frac{2M\nu\pi}{E'} h \frac{\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu}^A W_A^{\mu\nu}$$



$$= h \frac{4\pi\alpha^2}{Q^2} \left[\lambda (2-y) \tilde{G}_1 - |\mathbf{S}_\perp| \sqrt{1-y} \frac{Q}{E} (\tilde{G}_1 + \tilde{G}_2) \right]$$



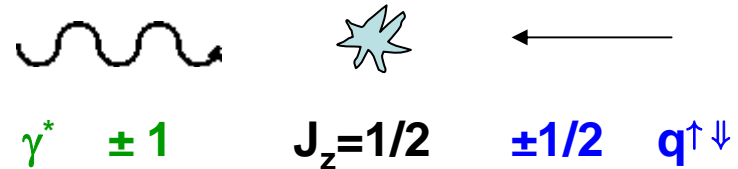
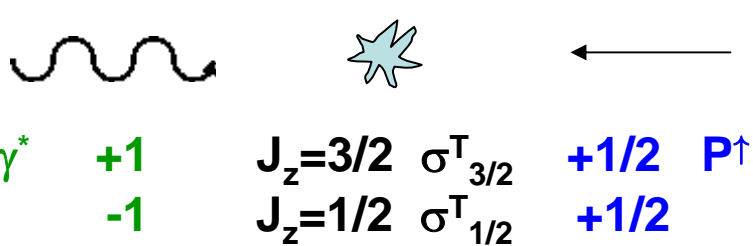
Poi :

- scrivere sez. d'urto elementare per processo $\vec{e} \vec{q} \rightarrow e' q$
- scrivere convoluzione in ipotesi QPM di fattorizzazione
→ dedurre funzioni di struttura in termini di
densità partoniche

oppure



Metodo alternativo



perche' $L_z = 0$ (processo collineare)
 \rightarrow conservazione del momento angolare

Quindi $\gamma^* \uparrow q^\downarrow \rightarrow q^\uparrow$
 $\gamma^* \downarrow q^\uparrow \rightarrow q^\downarrow$

~~$\gamma^* \uparrow q^\uparrow \rightarrow q^\uparrow$
 $\gamma^* \downarrow q^\downarrow \rightarrow q^\downarrow$~~



$$\left. \begin{aligned} \sigma_{3/2}^T &\leftrightarrow \gamma^* \uparrow P^\uparrow \propto \sum_f e_f^2 q_f^\downarrow \\ \sigma_{1/2}^T &\leftrightarrow \gamma^* \downarrow P^\uparrow \propto \sum_f e_f^2 q_f^\uparrow \end{aligned} \right\} \rightarrow A_1 = \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} = \frac{\sum_{f,\bar{f}} e_f^2 (q_f^\uparrow - q_f^\downarrow)}{\sum_{f,\bar{f}} e_f^2 (q_f^\uparrow + q_f^\downarrow)} \\
 = \frac{\tilde{G}_1(x_B)}{F_1(x_B)} \equiv \frac{g_1(x_B)}{f_1(x_B)}$$

distribuzione di elicità' $g_1(x_B) = \frac{1}{2} \sum_{f,\bar{f}} e_f^2 [q_f^\uparrow(x_B) - q_f^\downarrow(x_B)]$

Distribuzione di spin trasverso

procedura simile

$$\tilde{G}_1(x_B) + \tilde{G}_2(x_B) \equiv g_1(x_B) + g_2(x_B) = \frac{1}{2Mx_B} \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 m_f [q_f^{\rightarrow}(x_B) - q_f^{\leftarrow}(x_B)]$$

se $p_T \neq 0$ $\gamma^{*\uparrow} q^{\uparrow}$, $\gamma^{*\downarrow} q^{\downarrow}$ permesse



ad esempio per 1 flavor solo con q^{\uparrow}

$p_T = 0$

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} \\ &= \frac{\sum_{f, \bar{f}} e_f^2 (q_f^{\uparrow} - q_f^{\downarrow})}{\sum_{f, \bar{f}} e_f^2 (q_f^{\uparrow} + q_f^{\downarrow})} \sim \frac{q_f^{\uparrow}}{q_f^{\uparrow}} = 1 \end{aligned}$$

$p_T \neq 0$

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} \\ &= 1 - \frac{p_T^2}{E(E + m)} \sim 1 \end{aligned}$$



conclusione prematura !

Distribuzione di elicita` e misura dello spin

interesse in $g_1(x_B, Q^2)$ e' dovuto al fatto che il suo **1° momento di Mellin** e' **calcolabile su reticolo** ed e' collegabile alla carica assiale (conservata) del nucleone, cioe' e' misurabile ad una data scala Q^2 , ma indipendentemente dalla scala di rinormalizzazione

1° momento di g_1

$$\Gamma_1(Q^2) = \int_0^1 dx g_1(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 \int_0^1 dx (q_f^\uparrow(x, Q^2) - q_f^\downarrow(x, Q^2)) = \frac{1}{2} \sum_{f\bar{f}} e_f^2 \Delta q_f$$

$$\langle PS | \bar{q}_f \gamma^\mu \gamma_5 q_f | PS \rangle_{\mu^2} = S^\mu \Delta q_f(\mu^2) \quad \Delta q_f = \int_0^1 dx (q_f^\uparrow(x, Q^2) - q_f^\downarrow(x, Q^2))$$

$\propto g_A$ μ scala di rinormalizzazione sottintesa

$$\text{exp.} \rightarrow A_{\parallel} , A_{\perp} \rightarrow A_1 , A_2 \rightarrow g_1(x_B, Q^2) \rightarrow \Gamma_1(Q^2) \rightarrow \Delta q_f$$

1 relazione per $f \geq 3$ incognite !

(continua)

in QPM per protone : $\Gamma_1^p = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{9} \Delta u + \frac{1}{9} \Delta d + \frac{1}{9} \Delta s \right) \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + o(\alpha_s) + o\left(\frac{\Lambda^2}{Q^2}\right) \right)$

(correzioni di pQCD)

3 incognite \rightarrow info da corrente assiale $A_\mu^a \sim \gamma_\mu \gamma_5 T^a$ in transizioni di Gamow-Teller (β decay) nell'ottetto barionico

$$2\langle PS|A_\mu^3|PS\rangle = (\Delta u - \Delta d)S_\mu = g_A S_\mu \equiv (F + D) S_\mu$$

$g_A = F+D$ carica assiale
(si misura in $n \rightarrow p + e + \gamma$)

F, D el. matrice
invarianti di A_μ^a in
SU(3) decadimenti
semileptonici

$$2\sqrt{3}\langle PS|A_\mu^8|PS\rangle = (\Delta u + \Delta d - 2\Delta s)S_\mu \equiv (3F - D)S_\mu$$

$$\langle PS|A_\mu^0|PS\rangle|_{\mu^2} = (\Delta u + \Delta d + \Delta s)S_\mu \equiv \Delta\Sigma(\mu^2)S_\mu$$

$A_\mu^0 = \sum_f \bar{\psi}_f \gamma_\mu \gamma_5 \psi_f$ corrente assiale
di singoletto
non conservata

anomalia triangolare **dipendenza da μ^2**

$$\partial^\mu A_\mu^0 = \frac{n_f \alpha_s}{2\pi} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}$$

Quindi $\Gamma_1^p, F, D \rightarrow \underline{\Delta\Sigma|_{\mu^2}} \rightarrow \Delta u, \Delta d, \Delta s$

QPM e Ellis-Jaffe sum rule

QPM : funz. d'onda del q in P^\uparrow secondo $SU_f(2) \otimes SU(2)$

$$|P^\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} \left(2u^\uparrow u^\uparrow d^\downarrow - u^\uparrow u^\downarrow d^\uparrow - u^\downarrow u^\uparrow d^\uparrow + \text{permutazioni di } d \right)$$

componenti di

elicita': $u^\uparrow = \frac{5}{3}; u^\downarrow = \frac{1}{3}; d^\uparrow = \frac{1}{3}; d^\downarrow = \frac{2}{3} \rightarrow \Gamma_1^p = 5/18 \sim \mathbf{0.28}$
 $\Delta\Sigma = \mathbf{1}$



da fit a decadimenti semileptonici $\rightarrow \mathbf{F} = 0.47 \pm 0.004; \mathbf{D} = 0.81 \pm 0.003$
ma no info su $\Delta\Sigma$!

Ellis-Jaffe ('73) : Hp. perfetta simmetria $SU_f(3) + \Delta s = 0$

$$\Gamma_1^p = \int_0^1 dx g_1^p(x) \sim \frac{1}{18} (4\Delta u + \Delta d) + \text{correzioni pQCD} = \mathbf{0.17 \pm 0.01}$$

$$\Delta\Sigma = \Delta u + \Delta d = 3F - D = \mathbf{0.60 \pm 0.12}$$

Esperimento EMC (CERN, '87)

$\mu^\uparrow p^\uparrow \rightarrow \mu p$ at $Q^2 = 10.7 \text{ GeV}^2$

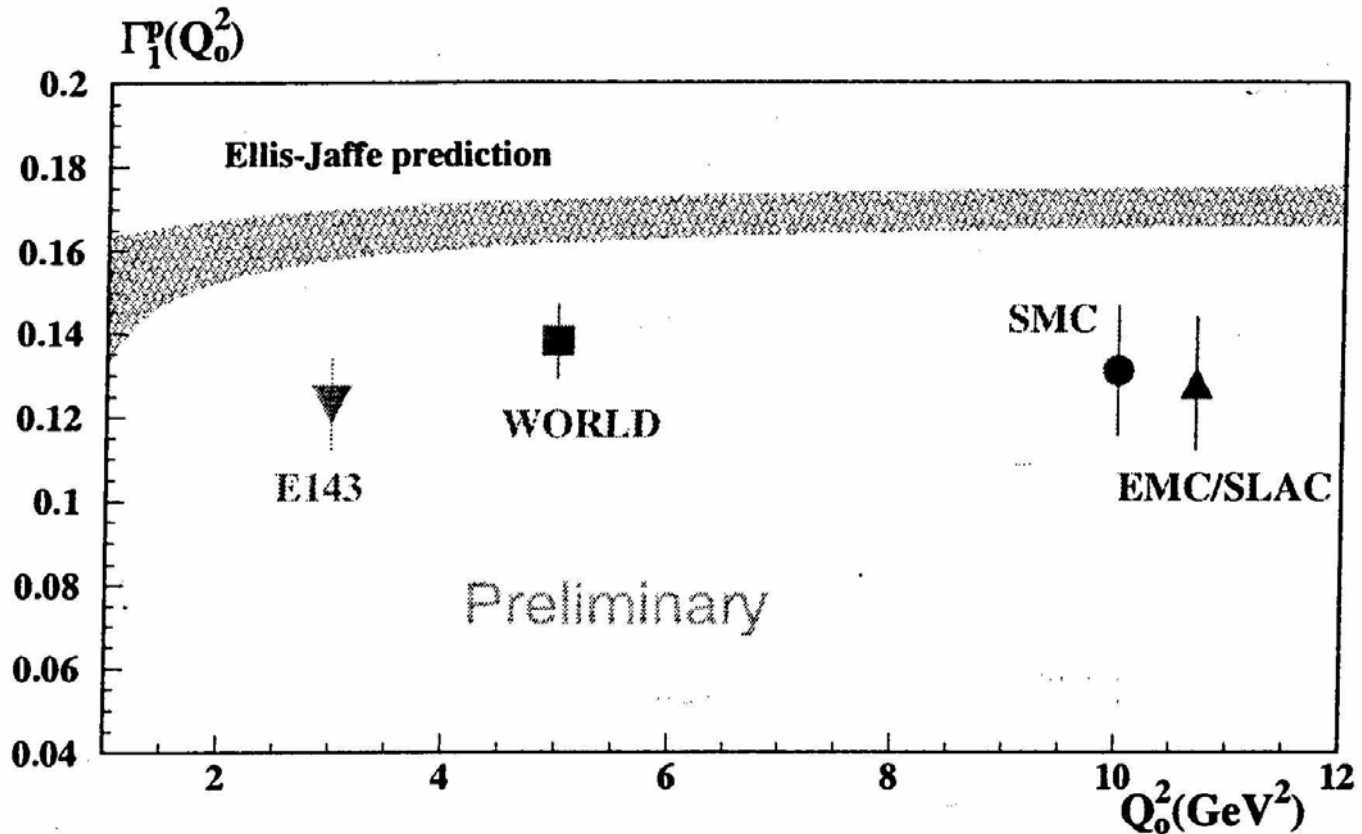
$$A_{\parallel} = \frac{d\sigma^{\uparrow\downarrow} - d\sigma^{\uparrow\uparrow}}{d\sigma^{\uparrow\uparrow} + d\sigma^{\uparrow\downarrow}} \sim \frac{E - E'\epsilon}{E(1 + \epsilon R)} A_1 \sim \frac{E - E'\epsilon}{E(1 + \epsilon R)} \frac{g_1(x_B, Q^2)}{F_1(x_B, Q^2)} \quad \Gamma_1^p(10.7) = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} dx g_1(x, 10.7)$$

$$= 0.126 \pm 0.010 \pm 0.015$$

$$R = \sigma_L / \sigma_T$$

da sez. d'urto non polarizzata

confermato da altri
esperimenti:
SMC (Cern),
E142 e E143
(SLAC)



Spin crisis

$$\Delta u - \Delta d = F + D$$

$$\Delta u + \Delta d - 2\Delta s = 3F - D$$

$$\Delta u + \Delta d + \Delta s = \Delta\Sigma(\mu^2)$$

$$\Gamma_1^p(Q^2) = \frac{1}{18} (3F + 2D + 2\Delta\Sigma)$$



$$F, D, \Gamma_1^p(Q^2) \rightarrow \Delta\Sigma(Q^2) \rightarrow \Delta u, \Delta d, \Delta s$$

$$Q^2 = 10.7 \text{ GeV}^2$$

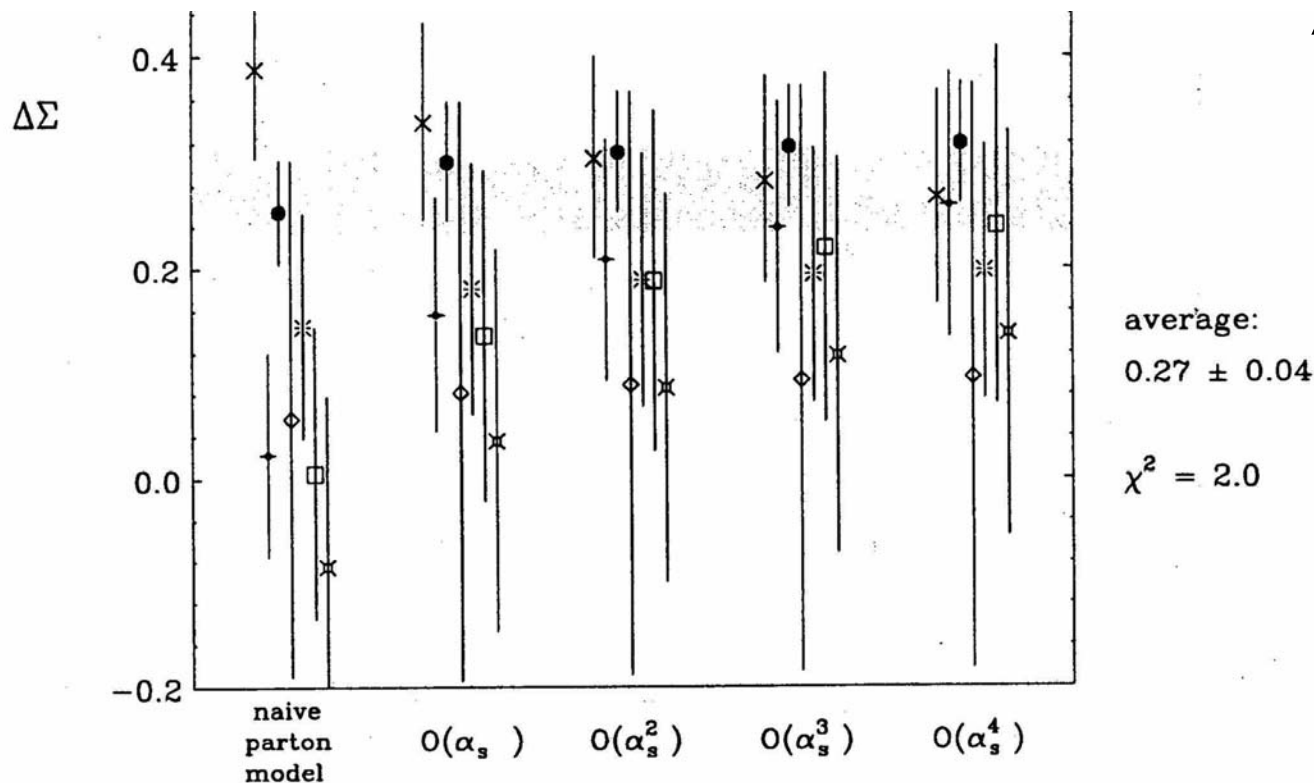
$$\Delta\Sigma = 0.13 \pm 0.19$$

$$\Delta u = 0.78 \pm 0.10$$

$$\Delta d = 0.50 \pm 0.10$$

$$\Delta s = -0.20 \pm 0.11$$

polarizzazione
negativa del mare



$$Q^2 = 3 \text{ GeV}^2$$

$$\Delta\Sigma = 0.27 \pm 0.04$$

QPM

$$\Gamma_1^p \sim 0.28$$
$$\Delta\Sigma = 1$$

Ellis – Jaffe sum rule

$$SU_f(3) + \Delta s = 0$$

$$\Gamma_1^p = 0.17 \pm 0.01$$
$$\Delta\Sigma = 0.60 \pm 0.12$$

exp.

$$Q^2 = 10.7 \text{ GeV}^2$$

$$\Gamma_1^p = 0.126 \pm 0.010 \pm 0.015$$
$$\Delta\Sigma = 0.13 \pm 0.19$$

$$Q^2 = 3 \text{ GeV}^2$$

$$\Delta\Sigma = 0.27 \pm 0.04$$

discrepanza
> 2σ

violazione di $SU_f(3)$

estrapolazione $g_1(x)$ per $x \rightarrow 0$

anomalia assiale $\partial^\mu A_\mu^0 = \frac{n_f \alpha_s}{2\pi} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}$
→ contributo di gluoni

$$\Delta q = \Delta q' - \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta g$$

nessuna ipotesi spiega
quantitativamente la
discrepanza osservata

Regole di somma

Gerasimov-Drell-Hearn sum rule

test di $g_1(x)$ attraverso assorbimento di γ pol. su N pol.

ampiezza Compton per $\theta = 0$
$$T(\nu) = 4\pi \left[\vec{\epsilon}_f^* \cdot \vec{\epsilon}_i f(\nu) + \vec{\epsilon}_f^* \times \vec{\epsilon}_i g(\nu) \right]$$

polarizzazione del γ

no spin flip

spin flip

causalità $T(t)=0$ per $t < 0 \Leftrightarrow$ relazione di dispersione tra $\text{Re} [T]$ e $\text{Im} [T]$

simmetria di crossing $T^*(-\nu^*, i \leftrightarrow f) = T(\nu) \rightarrow f^*(-\nu^*) = f(\nu), g^*(-\nu^*) = -g(\nu)$

unitarietà teorema ottico
$$4\pi \text{Im} [f(\nu)] = \nu \sigma_{tot} = \frac{\nu}{2} (\sigma_{1/2} + \sigma_{3/2})$$

$$4\pi \text{Im} [g(\nu)] = \nu \Delta\sigma_{tot} = \frac{\nu}{2} (\sigma_{1/2} - \sigma_{3/2})$$



$$4\pi f(\nu) = \frac{2}{\pi} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu' \frac{\nu'^2 \sigma_{tot}(\nu')}{\nu'^2 - \nu^2}$$

$$4\pi g(\nu) = \frac{2\nu}{\pi} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu' \frac{\nu' \Delta\sigma_{tot}(\nu')}{\nu'^2 - \nu^2}$$



GDH (continua)

Thompson scattering

polarizzabilità elettrica e magnetica

Lorentz- + gauge-invariance
(Low-Energy Theorems)

$$f(\nu) = -\frac{\alpha}{M} + (\alpha_E + \beta_M) \nu^2 + o(\nu^4)$$

$$g(\nu) = -\frac{\alpha \kappa^2}{2M^2} \nu + \gamma \nu^3 + o(\nu^5)$$

momento magnetico anomalo

$$\int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \frac{\sigma_{1/2} - \sigma_{3/2}}{\nu} = -\frac{2\pi^2 \alpha}{M^2} \kappa^2$$



momento magnetico anomalo legato a specifica struttura di spin
nell'assorbimento del fotone

Ellis-Jaffe sum rule contenuta in GDH sum rule :

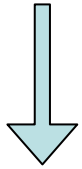


$$\Gamma_1^p(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow 0} \frac{M\nu_0}{8\pi^2 \alpha} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\nu} = -\frac{\nu_0}{M} \frac{\kappa^2}{4} = \frac{\nu_0}{M} I(0)$$

ν_0 soglia di produzione di π

GDH (continua)

$$I(0) = \frac{M^2}{8\pi^2\alpha} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{d\nu}{\nu} (\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T)$$



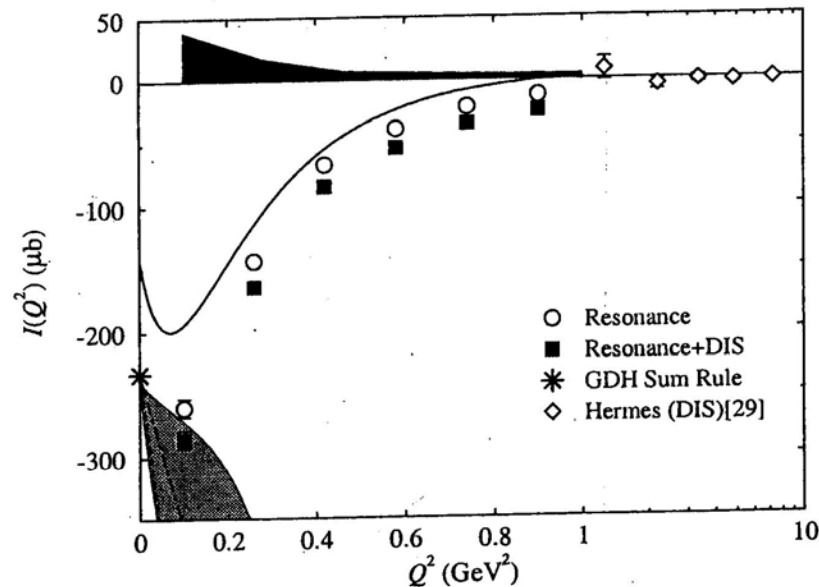
generalizzazione $\forall Q^2$
(non univoca)

$$I(Q^2) = \frac{M^2}{8\pi^2\alpha} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \frac{1-x_B}{\nu} (\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T)$$



$$-\frac{\kappa^2}{4} \xrightarrow{Q^2 \rightarrow 0}$$

$$\xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} \frac{16\pi^2\alpha}{Q^2} \Gamma_1^p(Q^2)$$



Bjorken sum rule polarizzata

$$\int_0^1 dx [g_1^p(x) - g_1^n(x)] = \frac{1}{6} \frac{G_A}{G_V} \left(1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} + \dots \right)$$

assiale

da accoppiamenti deboli in decadimento β del N

correzioni pQCD

vettoriale

QPM: funz. d'onda del q in P secondo $SU_f(2) \otimes SU(2)$

$$A_1^p = \frac{\sum_f e_f^2 (q_f^\uparrow - q_f^\downarrow)}{\sum_f e_f^2 (q_f^\uparrow + q_f^\downarrow)} = \frac{5}{9}$$

$$A_1^n = \text{stesso con } u \leftrightarrow d = 0$$

$$\int_0^1 dx (g_1^p - g_1^n) = \int_0^1 dx (A_1^p F_1^p - A_1^n F_1^n) = \frac{5}{18}$$

$$\Rightarrow \frac{G_A}{G_V} \stackrel{\text{QPM}}{=} \frac{5}{3} \leftrightarrow 1.257 \pm 0.003$$

Sum rule :

QPM	+ pQCD	exp.
0.27778	0.191 ± 0.002	0.209 ± 0.003