Riassunto della lezione precedente

• misura sperimentale di asimmetrie di elicità $\rightarrow$ distribuzione di elicità $\rightarrow$ 1º momento di Mellin $\rightarrow$ contributo dei vari flavour all'elicità

• Ellis-Jaffe sum rule e l'esperimento EMC: la "spin crisis"

• regole di somma :
GDH
Bjorken polarizzata

• regola di somma GDH : test di proprieta` fondamentali dell'ampiezza di scattering; versione generalizzata $\rightarrow$ esplorazione del passaggio da regime perturbativo a nonperturbativo

correzioni di potenze \ correzioni QCD	1	α_s	α_s^2	…
1	QPM $\longrightarrow$	IQPM $\longrightarrow$		
		Improved **Q**uark **P**arton **M**odel		
1/Q				
$1/Q^2$				
$1/Q^3$				
…				

Breve riassunto

1º passo : rinormalizzazione della teoria $\rightarrow$ cancellazione delle divergenze ultraviolette (UV)

- ad una certa scala μ_R si definiscono le quantità fisiche come massa, coupling e intensità del campo attraverso la procedura di rinormalizzazione $\rightarrow$ controtermini nella $\mathcal{L}$

$$\begin{aligned} \phi_0 &\rightarrow \phi = Z_1^{-1}\,\phi_0 \\ m_0 &\rightarrow m = Z_2^{-1}\,m_0 \\ g_0 &\rightarrow g = Z_3^{-1}\,g_0 \end{aligned}$$

- invarianza della fisica dalla scala $\mu_R \rightarrow$ equazioni di Callan-Symanzik

$$\mu_R \frac{d}{d\mu_R} G = 0 \quad \Longrightarrow \quad \left[\mu_R \frac{\partial}{\partial \mu_R} + \beta(g)\frac{\partial}{\partial g} + \gamma(g)\frac{\partial}{\partial g}\right] G = 0$$

G = funzione di Green a n punti

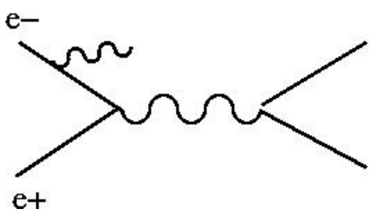
$$\frac{d}{d \log Q^2}\alpha_s(Q^2) = \beta(\alpha_s) \quad \rightarrow \text{ running } \alpha_s$$

γ dimensione anomala dei campi

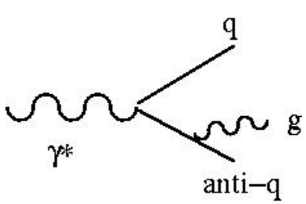
2º passo : cancellare le divergenze infrarosse (IR) e/o inglobarle in funzioni incognite che generalizzano le distribuzioni partoniche

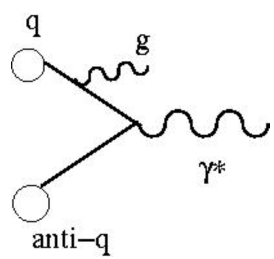
Tutte le teorie di gauge rinormalizzabili e con quanti massless (QED $\rightarrow$ fotoni, QCD $\rightarrow$ gluoni) contengono divergenze infrarosse e collineari

$\Rightarrow$ $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow$ f anti-f + γ (**I**nitial **S**tate **R**adiation)

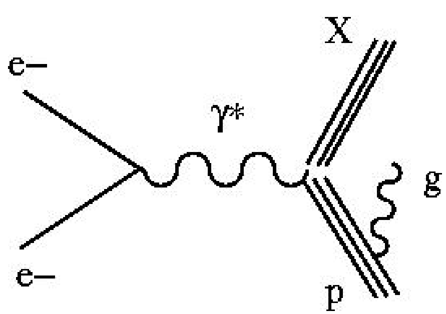


$\Rightarrow$ $\gamma^* \rightarrow$ q anti-q + g oppure q anti-q $\rightarrow \gamma^*$ + g (**ISR** in QCD)

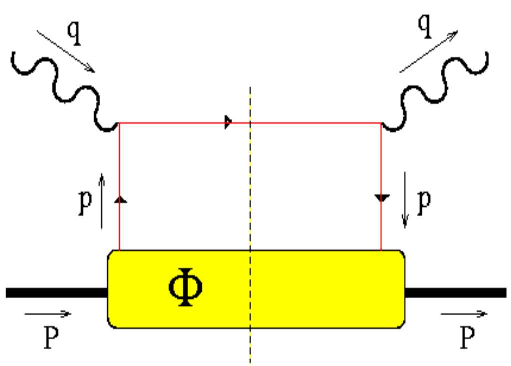


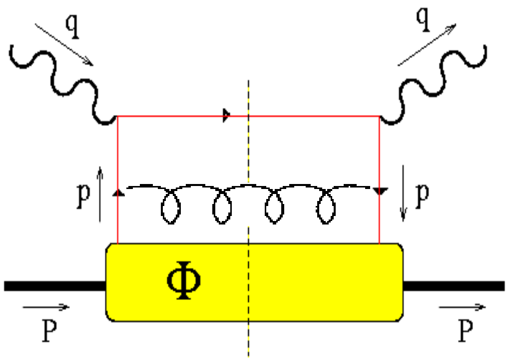


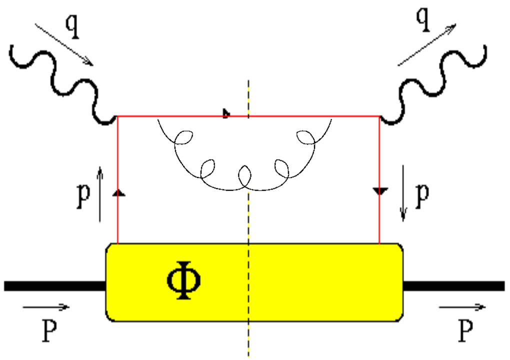
$\Rightarrow$ $e^-p \rightarrow e^{-\prime}$ X

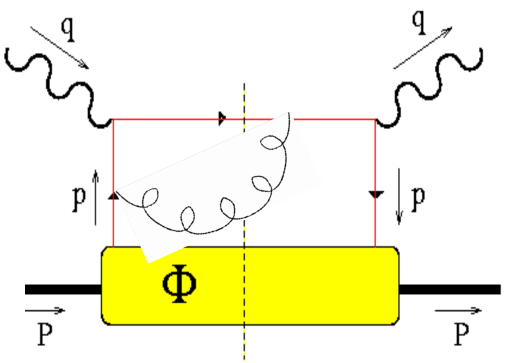


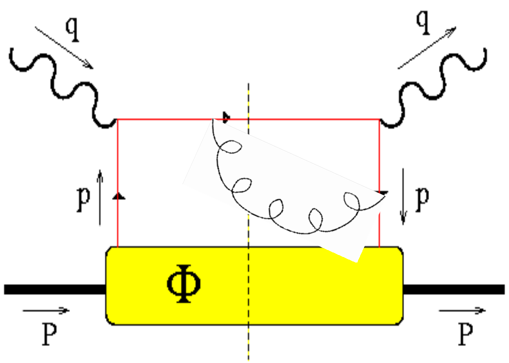
DIS inclusivo



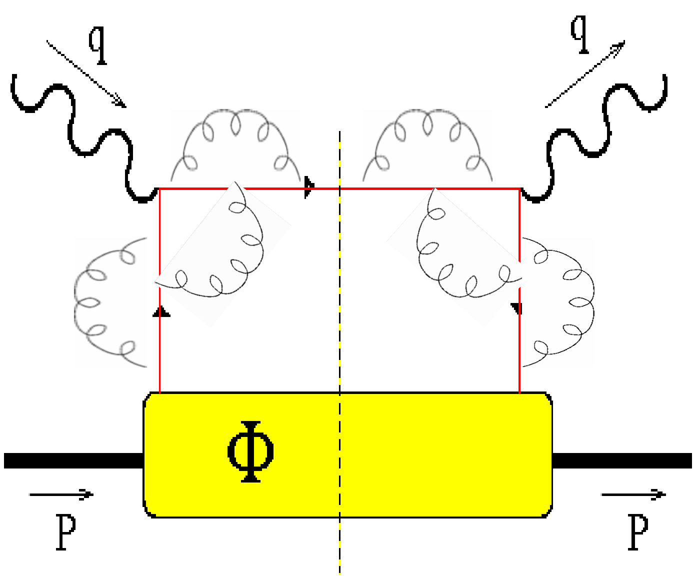








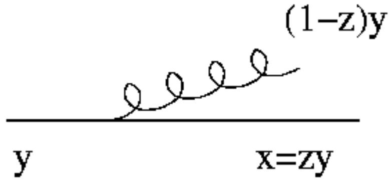
correzioni con gluoni reali



correzioni con gluoni virtuali

Divergenze in DIS inclusivo

gluoni reali



quark con momento y può irraggiare un gluone e riscalare il suo momento a x

divergenze collineari per z$\to$ 1

$$s = (p+q)^2 \sim 2p \cdot q - Q^2 = Q^2 \, \frac{1 - x_B}{x_B}$$

divergenze soft per $x_B \to 1$ (s$\to$ 0)

gluoni virtuali quark on-shell nel taglio $\to \delta\,((p+q)^2) \approx x_B/Q^2\ \delta\,(x_B - 1)$

in approssimazione collineare, cancellazione sistematica delle divergenze soft con gluone reale = "fattorizzazione collineare"

Eq. di Altarelli-Parisi

divergenze collineari e infrarosse + fattorizzazione collineare
sono presenti a tutti gli ordini perturbativi
sono indipendenti dal processo elementare hard

ad es. in e+e- ISR

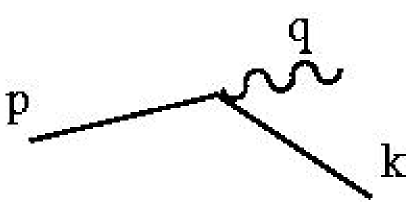
$$d\sigma^{(n\gamma)} \sim d\sigma_0\, \alpha^n \log^n\left(\frac{s}{m_e^2}\right) \log^n E$$

$\Downarrow$

approccio universale (QED/QCD) probabilistico
senza diagrammi di Feynman

$\Downarrow$

vertice di Altarelli Parisi



QED $\displaystyle \frac{\alpha}{2\pi}\frac{dk^2}{k^2}\frac{1+(1-z)^2}{z} \equiv \frac{\alpha}{2\pi}\frac{dk^2}{k^2}\frac{1+x^2}{1-x}$

QCD $\displaystyle \frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{2\pi}\frac{dk^2}{k^2}\frac{1+x^2}{1-x}$

conserva frazione x di energia
variando virtualita` di dk^2

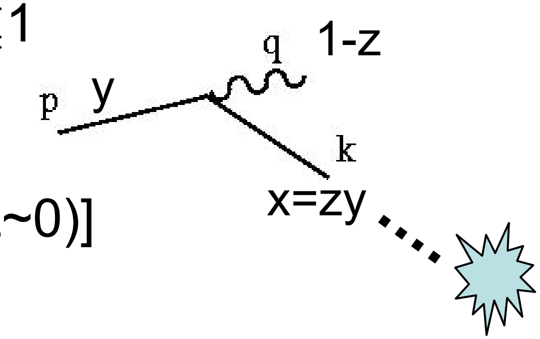
quasi-coll. kin.
$p_\perp /E \ll 1$

$$\begin{aligned} p &= (E,0,0,E) \\ q &= \left(zE, p_\perp, 0, zE - \frac{p_\perp^2}{2zE}\right) \\ k^2 &= (p-q)^2 = -\frac{p_\perp^2}{z} + o(p_\perp^4) \end{aligned}$$

N.B. $\displaystyle \int_{m_e^2}^{s} \frac{dk^2}{k^2} \longrightarrow \log\left(\frac{s}{m_e^2}\right)$

$D(x,s+ds)$ = densità di probabilità di trovare elettrone (partone) in elettrone (partone) con frazione x di energia e virtualità s+ds

= s $\rightarrow$ s+ds senza irraggiamento (x inalterato) +
s $\rightarrow$ s+ds passando da y a x=zy $0 \leq z \leq 1$



= [1 – (contributo virtuale + reale soffice z~0)]
+ contributo "duro" z > 0

$$= \left\{ 1 - \frac{\alpha}{2\pi} \frac{ds}{s} \lim_{x_+ \to 1} \int_0^{x_+} dz\, P(z) \right\} D(x,s)$$

evita singolarità di P(z) in z=1

$$+ \frac{\alpha}{2\pi} \frac{ds}{s} \int_x^1 dy \lim_{x_+ \to 1} \int_0^{x_+} dz\, P(z)\, D(y,s)\, \delta(zy - x)$$

$$\boxed{\frac{dD(x,s)}{d\log s} = \frac{\alpha}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} P_+(z)\, D\left(\frac{x}{z}, s\right)}$$

evoluzione ⇔ fattorizzazione: DIS inclusivo

Teorema : (Collins, Soper, Sterman, '89)

$$F_{1/2/3}(x_B, Q^2) = \sum_{i=f,\bar{f},a} \int_{x_B}^{1} \frac{dx}{x} C_{1/2/3}\left(\frac{x_B}{x}, \frac{Q^2}{\mu_R^2}, \frac{\mu_F^2}{\mu_R^2}, \alpha_s(\mu_R^2)\right) \phi_i(x, \mu_F, \mu_R)$$

somma su quark, antiquark e gluoni

μ_R scala di rinormalizzazione
μ_F scala di fattorizzazione : definisce cio` che e` a brevi distanze → *C* da cio` che e` a lunghe distanze → ϕ

$$\phi(x, \mu_F, \mu_R)$$

generalizzazione delle distribuzioni partoniche in QPM

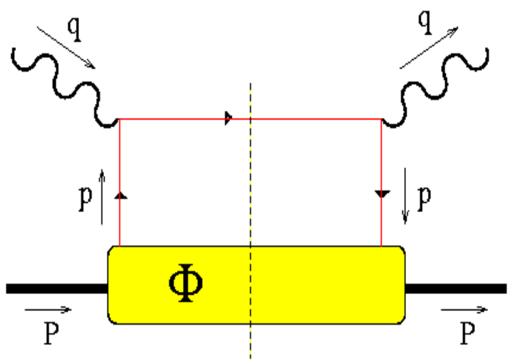
N.B. puo` essere $\mu_F = \mu_R$ (=Q)

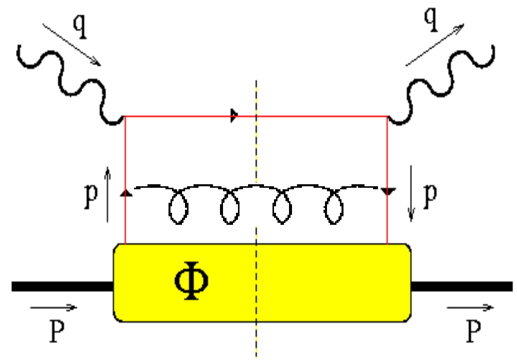
$$C = \left(\frac{x_B}{x}, \frac{Q^2}{\mu_R^2}, \frac{\mu_F}{\mu_R}, \alpha_s(\mu_R)\right)$$

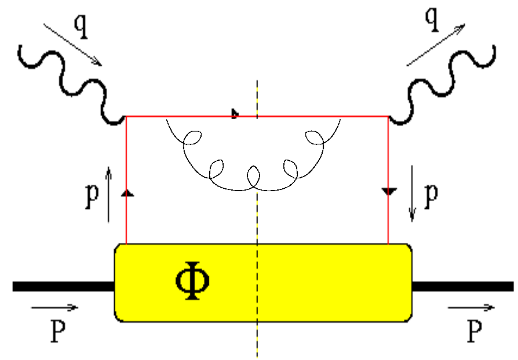
coefficiente di Wilson
generalizzazione delle F^{el} in scattering elastico in QPM

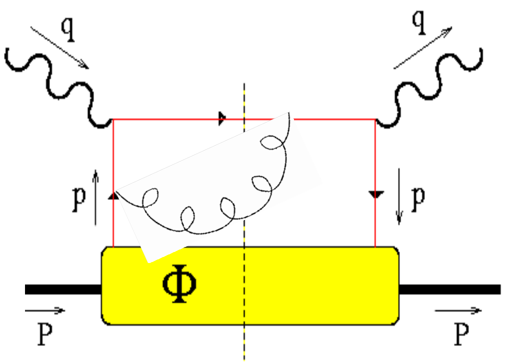
$$C_1^i = \frac{1}{2}\,\delta_{iq}\, e_q^2\, \delta\left(1 - \frac{x_B}{x}\right) \to F_1(x_B) = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2\, \phi_q(x_B)$$

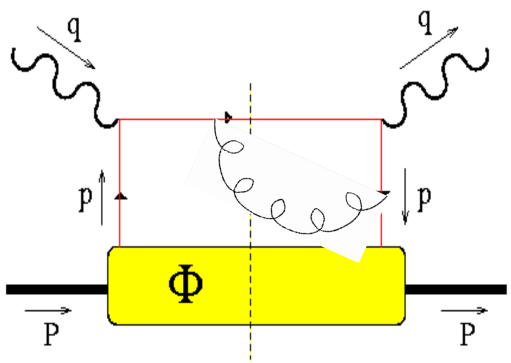
DIS inclusivo : processi oltre il tree level



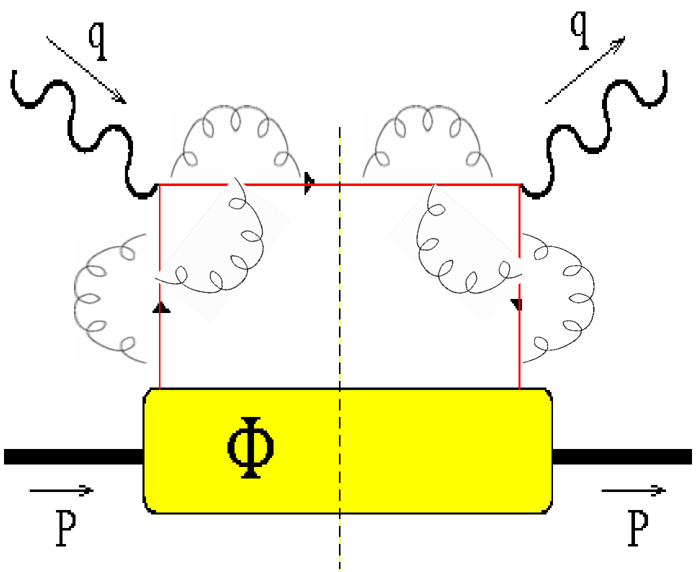








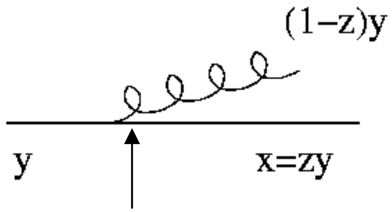
correzioni con gluoni reali



correzioni con gluoni virtuali

Calcolo di *C*

gluoni reali



vertice di Altarelli-Parisi

quark con momento y può irraggiare un gluone e riscalare il suo momento a x

divergenze collineari per $z \to 1$

da riassorbire in ϕ, perché connesse all'evoluzione del singolo q, indipendenti dall'interazione

determina l'evoluzione in Q^2 di ϕ, determina cioè il suo contenuto partonico

$$s = (p+q)^2 \sim 2p\cdot q - Q^2 = Q^2 \frac{1-x_B}{x_B}$$

divergenze soft per $x_B \to 1$ ($s \to 0$)

non riassorbibili in ϕ, perché riguardano gluone nello stato finale

non riassorbibili in *C* perché *C* è I.R.-safe e si romperebbe fattorizzazione

gluoni virtuali quark on-shell nel taglio $\to \delta((p+q)^2) \approx x_B/Q^2\ \delta(x_B - 1)$

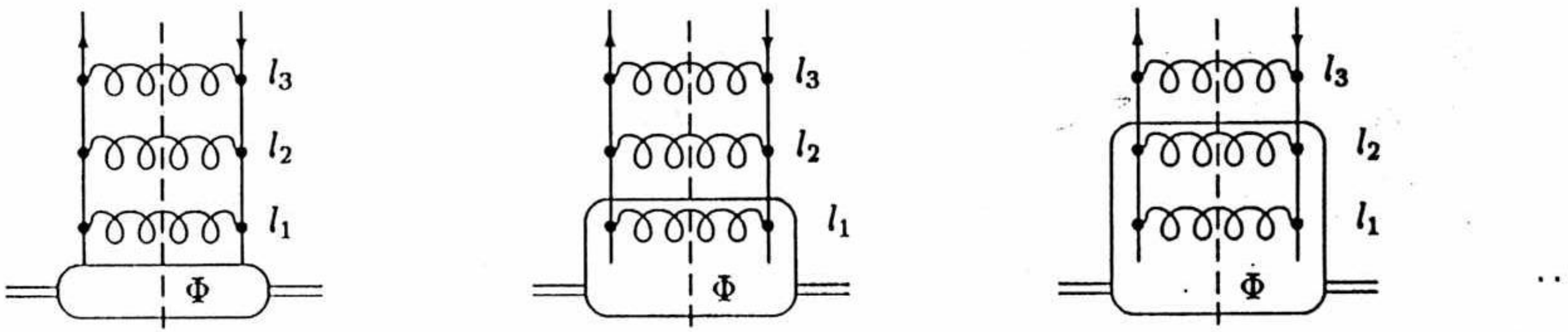
in approssimazione collineare, cancellazione sistematica delle divergenze soft con gluone reale = "fattorizzazione collineare"

calcolo dei diagrammi con regolarizzazione dimensionale $d = 4 - 2\varepsilon$ ($\varepsilon \to 0$)

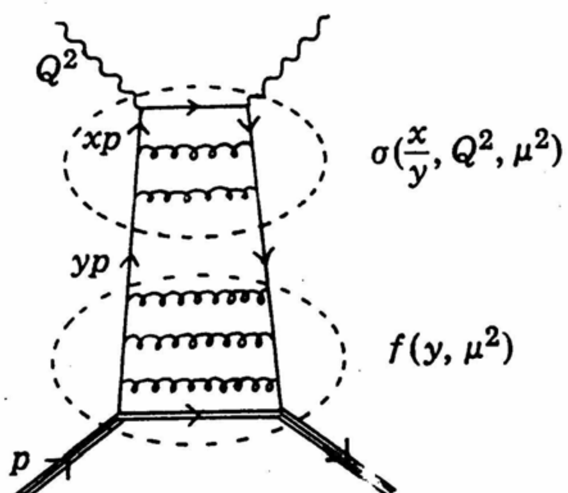
$\to$ scala fittizia μ_d e compaiono poli $\sim 1/\varepsilon$

Evoluzione

scala $Q^2=\mu_F \rightarrow$ al variare di μ_F la funzione di splitting determina il contenuto partonico della distribuzione ϕ, discrimina cioè ciò che va inglobato in ϕ (essendo off-shell < μ_F) da ciò che va inglobato in *C* (essendo off-shell > μ_F)



$\boxed{\mu_F^2} \le \vec{l}_{1T}^{\,2} \le \vec{l}_{2T}^{\,2} \le \vec{l}_{3T}^{\,2}$ $\qquad$ $\vec{l}_{1T}^{\,2} \le \boxed{\mu_F^2} \le \vec{l}_{2T}^{\,2} \le \vec{l}_{3T}^{\,2}$ $\qquad$ $\vec{l}_{1T}^{\,2} \le \vec{l}_{2T}^{\,2} \le \boxed{\mu_F^2} \le \vec{l}_{3T}^{\,2}$



al variare di μ_F la situazione cambia
$\rightarrow$ Evoluzione DGLAP
(**D**okshitzer-**G**ribov-**L**ipatov-**A**ltarelli-**P**arisi)

assorbiti in ϕ < μ_F < assorbiti in *C*

$$F_1(x,Q^2)\ \int_x^1 \frac{dz}{z}\, f_1^{bare}\otimes\left\{\delta(1-z)+\frac{\alpha_s}{2\pi}P_{qq}\log\left(\frac{Q^2}{\mu_d^2}\right)+\frac{\alpha_s}{2\pi}c_F P_{qq}\left(\frac{1}{\epsilon}+\gamma_E-\log 4\pi\right)+\ldots\right\}\otimes\phi$$

cancell. singolarità e dipendenza da μ_d

$$f_1 \equiv f_1^{bare}\otimes\left\{\underbrace{\delta(1-z)}+\frac{\alpha_s}{2\pi}P_{qq}\log\left(\frac{\mu_F^2}{\mu_d^2}\right)+\underbrace{\frac{\alpha_s}{2\pi}c_F P_{qq}\left(\frac{1}{\epsilon}+\gamma_E-\log 4\pi\right)+\ldots}\right\}$$

DIS

$\overline{\textbf{MS}}$

la scala di partenza dell'evoluzione (ad es. Q_0^2) è arbitraria

$\rightarrow$ assegnare contributi a φ o a *C* è arbitrario

$\rightarrow$ necessità di definire uno schema in cui calcolare l'evoluzione e confrontarsi con i dati consistentemente

diverse scelte: schema DIS (Altarelli, Ellis, Martinelli, '79) QPM esatto a Q_0^2

schema $\overline{\text{MS}}$ (Bardeen *et al*., '78 ; Furmanski & Petronzio, '82 ; Collins & Soper, '82)

potere predittivo di DGLAP:

noto il risultato a Q_0^2 $\rightarrow$ DGLAP danno risultato alla scala $Q^2 \neq Q_0^2$

DGLAP + fattorizzazione

$\rightarrow$ universalita` delle distribuzioni partoniche

(definite ad una stessa scala μ_F e nello stesso schema)

$\Rightarrow$ ampio potere predittivo della pQCD !

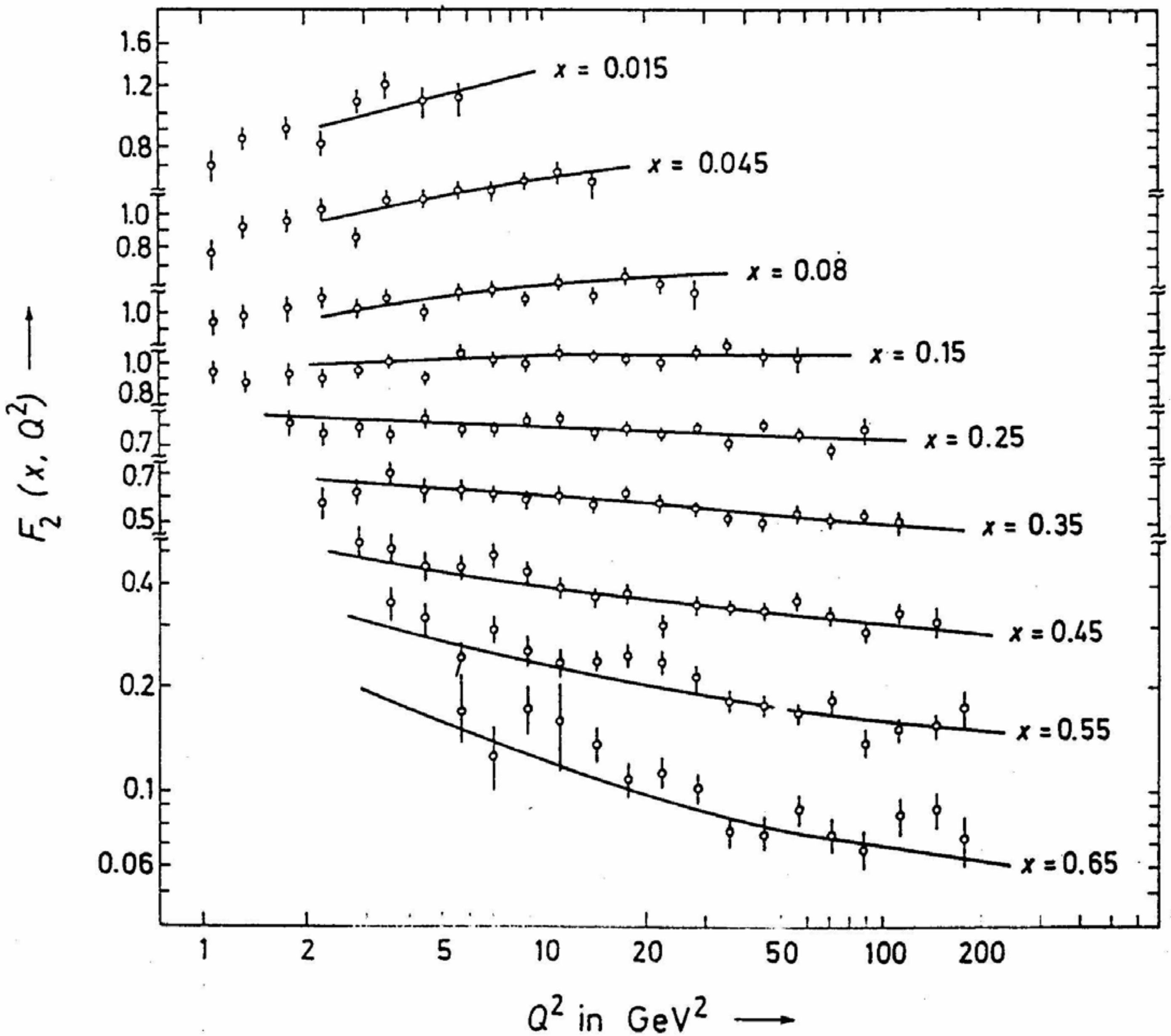


Figure 19.9 The structure function F_2 of neutrino–iron scattering. The curves are fits made on the basis of first-order perturbation theory in QCD (after Abramowicz 1983).

evoluzione ⇔ fattorizzazione: teorema

fattorizzazione in DIS inclusivo → convoluzione:

$$F_1(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dz}{z} C\left(\frac{x}{z}, ..\right) \phi(z, ..) \equiv C \otimes \phi$$

trasformata di Mellin di ordine N $\quad f_N = \int_0^1 dx\, x^{N-1} f(x)$

risulta $\quad (f \otimes g)_N = f_N \cdot g_N$

invarianza della fisica dalla scala di fattorizzazione μ_F : $\quad \dfrac{dF_1}{d \log \mu_F^2} = 0$

$$\boxed{\gamma_N[\alpha_s(Q^2)] = \left(P_+\right)_N}$$

dimensioni anomale sono trasformate di Mellin di ordine N delle splitting functions (kernel delle eq. DGLAP di evoluzione)

DIS semi-inclusivo

vale un teorema analogo a DIS inclusivo purché non si osservi $\mathbf{p}_T$ dei partoni

e^+e^- inclusivo

Teorema : la sezione d'urto totale è finita nel limite di particelle senza massa, cioè è libera da divergenze "infrarosse" (IR)

(Sterman, '76, '78)

[generalizzazione del teorema KLN (Kinoshita-Lee-Nauenberg)]

$$\sigma_{tot} = N_c \frac{4\pi\alpha^2}{3Q^2} \sum_f e_f^2 \sum_n s_n \, \alpha_s^n(Q^2) \qquad s_0 = 1$$

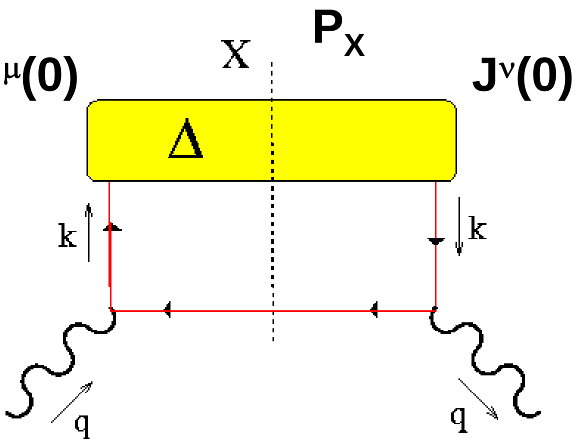
QPM correzioni di pQCD

Drell-Yan

Teorema di fattorizzazione

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 dy d\Omega} = \sum_{f_1,f_2} \int_{x_1}^{1} d\xi_1 \int_{x_2}^{1} d\xi_2 \, \phi_{f_1}(\xi_1,\mu_F) \frac{d\sigma^{el}}{dQ^2 dy d\Omega} \left(\frac{x_1}{\xi_1}, \frac{x_2}{\xi_2}, \Omega, \frac{Q^2}{\mu_F^2}, \alpha_s(\mu_F) \right) \phi_{f_2}(\xi_2,\mu_F) + o\left(\frac{1}{Q^2}\right)$$

e^+e^- inclusivo



$$W^{\mu\nu} = \int \frac{d\mathbf{P}_X}{(2\pi)^3 2P_X^0} (2\pi)^4 \, \delta(q - P_X) \langle 0|J^\mu(0)|P_X\rangle\langle P_X|J^\nu(0)|0\rangle$$

$$= \int d^4\xi \, e^{iq\cdot\xi} \langle 0|[J^\mu(\xi)\,,\, J^\nu(0)]|0\rangle$$

Teorema: contributo dominante nel limite di Bjorken viene da corte distanze

$\xi \to 0$

ma prodotto di operatori nello stesso punto spazio-temporale non è sempre ben definito in teoria di campo!

(continua)

Esempio: campo scalare neutro libero $\phi(x)$ $\to$ propagatore libero $\Delta(x-y)$

$$\langle 0|\mathcal{T}\left[\phi(x)\,\phi(y)\right]|0\rangle \;=\; -i\Delta(x-y) = i\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}\,\frac{e^{-ip\cdot(x-y)}}{p^2-m^2+i\epsilon}$$

$$= \frac{m}{4\pi^2}\,\frac{K_1\left(m\sqrt{-(x-y)^2+i\epsilon}\right)}{\sqrt{-(x-y)^2+i\epsilon}} - \frac{i}{4\pi}\,\delta((x-y)^2) \;\stackrel{x\to y}{\longrightarrow}\; \infty$$

K_1 funz. Bessel modificata del 2^0 tipo

Esempio: campo scalare neutro interagente $\phi(x)$

$$\widehat{P}\,|p,n\rangle = p\,|p,n\rangle$$

$$\phi(x) = e^{i\widehat{P}\cdot x}\,\phi(0)\,e^{-i\widehat{P}\cdot x}$$

$$\langle 0|\phi(x)^2|0\rangle \;=\; \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2p^0}\,\sum_n \langle 0|\phi(0)|p,n\rangle\langle p,n|\phi(0)|0\rangle$$

$$\geq\; \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2p^0}\,|\langle 0|\phi(0)|p,1\rangle|^2 \equiv N\int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2p^0} \;\to\; \infty$$

dipende solo da $p^2=m^2$ $\to$ e` una costante *N*