

Riassunto della lezione precedente

- DIS con sonda leptonica e bersaglio adronico polarizzati; se bersaglio ha spin = $\frac{1}{2} \rightarrow 2$ nuove funz. di struttura polarizzate
diverse strutture della risposta a seconda dell'orientazione dello spin del bersaglio rispetto al fascio incidente
- sezione d'urto nel centro di massa della reazione
diverse combinazioni di elicità $\rightarrow 4$ risposte rispetto alla polarizzazione del γ^* : W_L , W_T , W_{TT} , W_{LT}
asimmetrie di elicità “teoriche” legate a risposte di interferenza
- asimmetrie di elicità “sperimentali”, per bersagli polarizzati longitudinalmente o trasversalmente \rightarrow legame con corrispondenti asimmetrie “teoriche”
- scaling delle asimmetrie di elicità
- QPM picture del DIS inclusivo polarizzato
 - \rightarrow distribuzione di elicità
 - \rightarrow distribuzione di spin trasverso, soppressa $\sim p_T/E$

Distribuzione di elicità e misura dello spin

In generale $g_1(x_B, Q^2)$: dipendenza da Q^2 (= violazione dello scaling)
calcolabile in QCD perturbativa

interesse in $g_1(x_B, Q^2)$ è dovuto al fatto che il suo **1° momento di Mellin** è **calcolabile su reticolo** ed è collegabile alla carica assiale (conservata) del nucleone, cioè è misurabile ed indipendente dalla scala Q^2 (e da altre scale della teoria: rinormalizzazione, fattorizzazione)

1° momento di Mellin di g_1

$$\Gamma_1(Q^2) = \int_0^1 dx g_1(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 \int_0^1 dx (q_f^\uparrow(x, Q^2) - q_f^\downarrow(x, Q^2)) = \frac{1}{2} \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 \Delta q_f$$

$$\langle PS | \bar{q}_f \gamma^\mu \gamma_5 q_f | PS \rangle_{\mu^2} = S^\mu \Delta q_f(\mu^2) \quad \Delta q_f = \int_0^1 dx (q_f^\uparrow(x, Q^2) - q_f^\downarrow(x, Q^2))$$

$\propto g_A$ μ scala di rinormalizzazione sottintesa

$$\text{exp.} \rightarrow A_{\parallel} , A_{\perp} \rightarrow A_1 , A_2 \rightarrow g_1(x_B, Q^2) \rightarrow \Gamma_1(Q^2) \rightarrow \Delta q_f$$

1 relazione per $f \geq 3$ incognite !

(continua)

in QPM per protone : $\Gamma_1^p = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{9} \Delta u + \frac{1}{9} \Delta d + \frac{1}{9} \Delta s \right) \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + o(\alpha_s) + o\left(\frac{\Lambda^2}{Q^2}\right) \right)$
 (correzioni di pQCD)

3 incognite \rightarrow info da corrente assiale $A_\mu^a \sim \gamma_\mu \gamma_5 T^a$ in
 transizioni di Gamow-Teller (β decay) nell'ottetto barionico

$$2\langle PS | A_\mu^3 | PS \rangle = (\Delta u - \Delta d) S_\mu = g_A S_\mu \equiv (F + D) S_\mu$$

F, D el. matrice inv. (Wigner-Eckhart) di A_μ^a in SU(3) decadimenti semileptonici

$g_A = F + D$ carica assiale (si misura in $n \rightarrow p + e + \gamma$)

$$2\sqrt{3}\langle PS | A_\mu^8 | PS \rangle = (\Delta u + \Delta d - 2\Delta s) S_\mu \equiv (3F - D) S_\mu$$

$$\langle PS | A_\mu^0 | PS \rangle|_{\mu^2} = (\Delta u + \Delta d + \Delta s) S_\mu \equiv \Delta\Sigma(\mu^2) S_\mu$$

$$A_\mu^0 = \sum_f \bar{\psi}_f \gamma_\mu \gamma_5 \psi_f$$

corrente assiale di singoletto non conservata

anomalia triangolare **dependenza da μ^2**

$$\partial^\mu A_\mu^0 = \frac{n_f \alpha_s}{2\pi} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}$$



Quindi $\Gamma_1^p, F, D \rightarrow \underline{\Delta\Sigma|_{\mu^2}} \rightarrow \Delta u, \Delta d, \Delta s$

QPM e Ellis-Jaffe sum rule

QPM : funz. d'onda del q in P^\uparrow "ispirata" a $SU_f(3) \otimes SU(2)$

$$|P^\uparrow\rangle \approx \frac{1}{\sqrt{6}} \left(2u^\uparrow u^\uparrow d^\downarrow - u^\uparrow u^\downarrow d^\uparrow - u^\downarrow u^\uparrow d^\uparrow \right)$$



componenti di

elicita': $u^\uparrow = \frac{5}{3}; u^\downarrow = \frac{1}{3}; d^\uparrow = \frac{1}{3}; d^\downarrow = \frac{2}{3} \rightarrow \Gamma_1^p = 5/18 \sim \mathbf{0.28}$
 $\Delta\Sigma = \mathbf{1}$

2 particelle in $SU(2)$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} &= 1_S + 0_A \\ 2 \times 2 &= 3 + 1 \end{aligned}$$

1° q	2° q	simmetrico	antisimmetrico
u	u	uu	
u	d	$\frac{1}{\sqrt{2}} (ud + du)$	$\frac{1}{\sqrt{2}} (ud - du)$
d	u		
d	d	dd	

3 particelle in $SU(2)$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) \times \frac{1}{2} &= \left(1 \times \frac{1}{2} \right) + \left(0 \times \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{2}_S + \frac{1}{2}_{M,S} + \frac{1}{2}_{M,A} \\ (2 \times 2) \times 2 &= (3 \times 2) + (1 \times 2) = 4 + 2 + 2 \end{aligned}$$

$$\frac{3}{2}_S + \frac{1}{2}_{M,S} + \frac{1}{2}_{M,A}$$

$$4 + 2 + 2$$

S

M_A

M_S

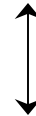


uuu	uud udu duu	udd dud ddu	ddd
uuu	$\frac{1}{\sqrt{3}} (uud + udu + duu)$	$\frac{1}{\sqrt{3}} (udd + dud + ddu)$	ddd
	$\frac{1}{\sqrt{2}} (ud - du) u$	$\frac{1}{\sqrt{2}} (ud - du) d$	
	$\frac{1}{\sqrt{6}} [(ud + du) u - 2uud]$	$-\frac{1}{\sqrt{6}} [(ud + du) d - 2ddu]$	
$S_z = 3/2$	$S_z = 1/2$	$S_z = -1/2$	$S_z = -3/2$

I tableau di Young

2 particelle in SU(2): $2 \times 2 = 3_S + 1_A$

3 particelle in SU(2): $(2 \times 2) \times 2 = 4_S + 2_{M,S} + 2_{M,A}$



	S	M	A
S	S	M	A
M	M	S,M,A	M

3 particelle in SU(3): $(3 \times 3) \times 3 = (10_S + 8_{M,S}) + (8_{M,A} + 1_A)$

3 particelle in $SU_f(3) \times SU(2) = SU(6)$: $(6 \times 6) \times 6 = (56_S + 70_{M,S}) + (70_{M,A} + 20_A)$

3 particelle in SU(6): $(56_S + 70_{M,S}) + (70_{M,A} + 20_A)$

protone
in stato
fondamentale

S	$\phi_S \chi_S$ (10, 4) $\frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_{M,S} \chi_{M,S} + \phi_{M,A} \chi_{M,A})$ (8, 2)	
M _S	$\phi_{M,S} \chi_S$ (8, 4) $\frac{1}{\sqrt{2}} (-\phi_{M,S} \chi_{M,S} + \phi_{M,A} \chi_{M,A})$ (8, 2)	$\phi_S \chi_{M,S}$ (10, 2) $\phi_A \chi_{M,A}$ (1, 2)
M _A	$\phi_{M,A} \chi_S$ (8, 4) $\frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_{M,S} \chi_{M,A} + \phi_{M,A} \chi_{M,S})$ (8, 2)	$\phi_S \chi_{M,A}$ (10, 2) $\phi_A \chi_{M,S}$ (1, 2)
A	$\phi_A \chi_S$ (1, 4) $\frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_{M,S} \chi_{M,A} - \phi_{M,A} \chi_{M,S})$ (8, 2)	

ϕ da SU_f(3) → 3 particelle in SU(3)
 χ da SU(2) → 3 particelle in SU(2)



componenti di
elicità:

$$u^\uparrow = \frac{5}{3}; \quad u^\downarrow = \frac{1}{3}; \quad d^\uparrow = \frac{1}{3}; \quad d^\downarrow = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \Gamma_1^p = 5/18 \sim \mathbf{0.28}$$

$$\Delta\Sigma = \mathbf{1}$$

Ellis-Jaffe sum rule

da fit a decadimenti semileptonici $\rightarrow F = 0.47 \pm 0.004$; $D = 0.81 \pm 0.003$
ma no info su $\Delta\Sigma$!

Ellis-Jaffe ('73) : Hp. perfetta simmetria $SU_f(3)$ + $\Delta s = 0$

$$\Gamma_1^p = \int_0^1 dx g_1^p(x) \sim \frac{1}{18} (4\Delta u + \Delta d) + \text{correzioni pQCD} = 0.17 \pm 0.01$$

$$\Delta\Sigma = \Delta u + \Delta d = 3F - D = 0.60 \pm 0.12$$

Esperimento EMC (CERN, '87)

$$\mu^\uparrow p^\uparrow \rightarrow \mu p \text{ at } Q^2 = 10.7 \text{ GeV}^2$$

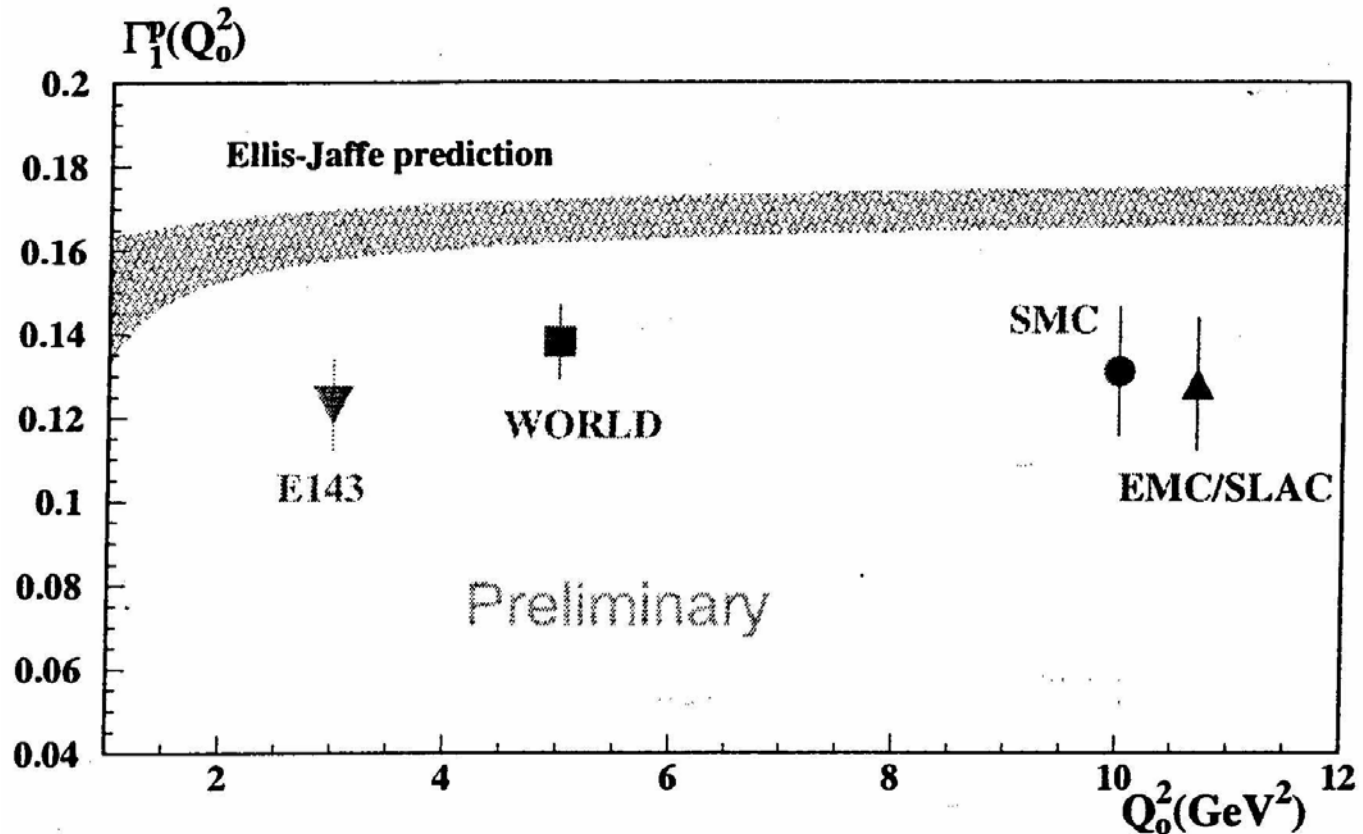
$$A_{\parallel} = \frac{d\sigma^{\uparrow\downarrow} - d\sigma^{\uparrow\uparrow}}{d\sigma^{\uparrow\uparrow} + d\sigma^{\uparrow\downarrow}} \sim \frac{E - E'\epsilon}{E(1 + \epsilon R)} A_1 \sim \frac{E - E'\epsilon}{E(1 + \epsilon R)} \frac{g_1(x_B, Q^2)}{F_1(x_B, Q^2)} \quad \Gamma_1^p(10.7) = \int_{x_{min}}^{x_{max}} dx g_1(x, 10.7)$$

$$= 0.126 \pm 0.010 \pm 0.015$$

$$R = \sigma_L / \sigma_T$$

da sez. d'urto non polarizzata

confermato da altri
esperimenti:
SMC (Cern),
E142 e E143
(SLAC)



Spin crisis

$$\Delta u - \Delta d = F + D$$

$$\Delta u + \Delta d - 2\Delta s = 3F - D$$

$$\Delta u + \Delta d + \Delta s = \Delta\Sigma(\mu^2)$$

$$\Gamma_1^p(Q^2) = \frac{1}{18} (3F + 2D + 2\Delta\Sigma)$$



$$F, D, \Gamma_1^p(Q^2) \rightarrow \Delta\Sigma(Q^2) \rightarrow \Delta u, \Delta d, \Delta s$$

$$Q^2 = 10.7 \text{ GeV}^2$$

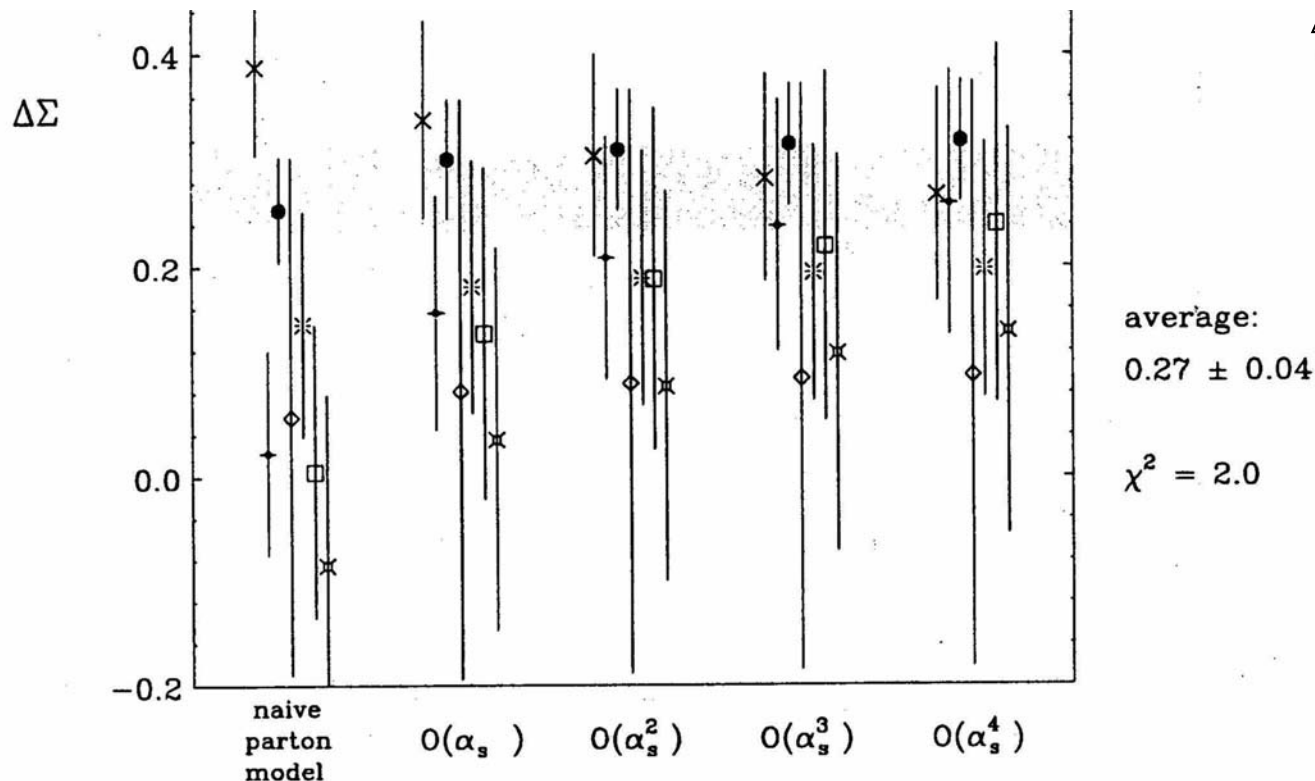
$$\Delta\Sigma = 0.13 \pm 0.19$$

$$\Delta u = 0.78 \pm 0.10$$

$$\Delta d = 0.50 \pm 0.10$$

$$\Delta s = -0.20 \pm 0.11$$

polarizzazione
negativa del mare



$$Q^2 = 3 \text{ GeV}^2$$

$$\Delta\Sigma = 0.27 \pm 0.04$$

(spin crisis continua)

QPM

Ellis – Jaffe sum rule

exp.

$$SU_f(3) + \Delta s = 0$$

$$\Gamma_1^p \sim 0.28$$
$$\Delta\Sigma = 1$$

$$\Gamma_1^p = 0.17 \pm 0.01$$
$$\Delta\Sigma = 0.60 \pm 0.12$$

$$Q^2 = 10.7 \text{ GeV}^2$$

$$\Gamma_1^p = 0.126 \pm 0.010 \pm 0.015$$
$$\Delta\Sigma = 0.13 \pm 0.19$$

$$Q^2 = 3 \text{ GeV}^2$$

$$\Delta\Sigma = 0.27 \pm 0.04$$

discrepanza
> 2σ

violazione di $SU_f(3)$

estrapolazione $g_1(x)$ per $x \rightarrow 0$

anomalia assiale $\partial^\mu A_\mu^0 = \frac{n_f \alpha_s}{2\pi} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}$
→ contributo di gluoni

$$\Delta q = \Delta q' - \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta g$$

nessuna ipotesi spiega
quantitativamente la
discrepanza osservata

Regole di somma

Gerasimov-Drell-Hearn sum rule

test di $g_1(x)$ attraverso assorbimento di γ pol. su N pol.

ampiezza Compton per $\theta = 0$
$$T(\nu) = 4\pi \left[\vec{\epsilon}_f^* \cdot \vec{\epsilon}_i f(\nu) + \vec{\epsilon}_f^* \times \vec{\epsilon}_i g(\nu) \right]$$



polarizzazione del γ

no spin flip

spin flip

causalità $T(t)=0$ per $t < 0 \Leftrightarrow$ relazione di dispersione tra $\text{Re}[T]$ e $\text{Im}[T]$



simmetria di crossing $T^*(-\nu^*, i \leftrightarrow f) = T(\nu) \rightarrow f^*(-\nu^*) = f(\nu)$, $g^*(-\nu^*) = -g(\nu)$

unitarietà teorema ottico
$$4\pi \text{Im}[f(\nu)] = \nu \sigma_{tot} = \frac{\nu}{2} (\sigma_{1/2} + \sigma_{3/2})$$

$$4\pi \text{Im}[g(\nu)] = \nu \Delta\sigma_{tot} = \frac{\nu}{2} (\sigma_{1/2} - \sigma_{3/2})$$



$$4\pi f(\nu) = \frac{2}{\pi} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu' \frac{\nu'^2 \sigma_{tot}(\nu')}{\nu'^2 - \nu^2}$$

$$4\pi g(\nu) = \frac{2\nu}{\pi} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu' \frac{\nu' \Delta\sigma_{tot}(\nu')}{\nu'^2 - \nu^2}$$



GDH (continua)

Thompson scattering

polarizzabilità elettrica e magnetica

Lorentz- + gauge-invariance
(Low-Energy Theorems)

$$f(\nu) = -\frac{\alpha}{M} + (\alpha_E + \beta_M) \nu^2 + o(\nu^4)$$

$$g(\nu) = -\frac{\alpha \kappa^2}{2M^2} \nu + \gamma \nu^3 + o(\nu^5)$$

momento magnetico anomalo

$$\int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \frac{\sigma_{1/2} - \sigma_{3/2}}{\nu} = -\frac{2\pi^2 \alpha}{M^2} \kappa^2$$



momento magnetico anomalo legato a specifica struttura di spin
nell'assorbimento del fotone

Ellis-Jaffe sum rule contenuta in GDH sum rule :

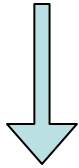


$$\Gamma_1^p(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow 0} \frac{M\nu_0}{8\pi^2\alpha} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\nu} = -\frac{\nu_0}{M} \frac{\kappa^2}{4} = \frac{\nu_0}{M} I(0)$$

ν_0 soglia di produzione di π

GDH (continua)

$$I(0) = \frac{M^2}{8\pi^2\alpha} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{d\nu}{\nu} (\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T)$$



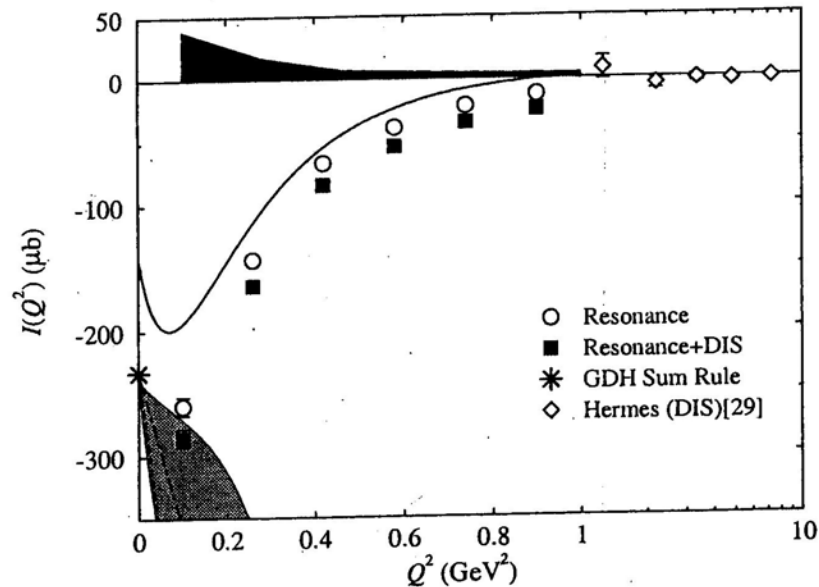
generalizzazione $\forall Q^2$
(non univoca)

$$I(Q^2) = \frac{M^2}{8\pi^2\alpha} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \frac{1-x_B}{\nu} (\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T)$$



$$-\frac{\kappa^2}{4} \xleftarrow{Q^2 \rightarrow 0}$$

$$\xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} \frac{16\pi^2\alpha}{Q^2} \Gamma_1^p(Q^2)$$



Bjorken sum rule polarizzata

$$\int_0^1 dx [g_1^p(x) - g_1^n(x)] = \frac{1}{6} \frac{G_A}{G_V} \left(1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} + \dots \right)$$

assiale

da accoppiamenti deboli in decadimento β del N

correzioni pQCD

vettoriale

QPM: funz. d'onda del q in P secondo $SU_f(3) \otimes SU(2)$

$$A_1^p = \frac{\sum_f e_f^2 (q_f^\uparrow - q_f^\downarrow)}{\sum_f e_f^2 (q_f^\uparrow + q_f^\downarrow)} = \frac{5}{9}$$

$$A_1^n = \text{stesso con } u \leftrightarrow d = 0$$

$$\int_0^1 dx (g_1^p - g_1^n) = \int_0^1 dx (A_1^p F_1^p - A_1^n F_1^n) = \frac{5}{18}$$

$$\frac{G_A}{G_V} \stackrel{\text{QPM}}{=} \frac{5}{3} \leftrightarrow 1.6667 \pm 0.003$$

exp. 1.267 ± 0.004

Sum rule :

QPM	+ pQCD	exp.
0.27778	0.191 ± 0.002	0.209 ± 0.003

nella rassegna sui risultati del QPM, diverse volte si è dedotta dal confronto con i dati sperimentali l'importanza delle correzioni di QCD :

- profilo asimmetrico delle distribuzioni partoniche per $x_B \rightarrow 0$, dovuto al contributo di gluoni e quark del “mare di Dirac”
- deviazioni dallo scaling predetto dal QPM per F_2 e F_3 , sia per DIS con fasci di elettroni che di neutrini
- deviazioni dalle corrispondenti regole di somma :
del momento (50% è portato dai gluoni) ,
Gross-Lewellin Smith , Gottfried , Bjorken , ...
- deviazioni dallo scaling in s sia per processi e^+e^- che Drell-Yan
- deviazioni dalla distribuzione angolare e in p_T della coppia leptonica in processi di Drell-Yan
- “spin crisis” : deviazioni dalla regola di somma di Ellis-Jaffe (solo meno del 30% dello spin del N è portato dai quark di valenza)

correzioni QCD		1	α_s	α_s^2	...
correzioni di potenze	1	QPM	→	IQPM	→
		Improved Q uark P arton M odel			
	1/Q				
	1/Q ²				
	1/Q ³				
	...				