

Riassunto della lezione precedente

- teoria di campo quantizzata sul light-cone e` equivalente a teoria di campo standard nell'Infinite **M**omentum **F**rame (IFM, $Q^2 \rightarrow \infty$) e coincide con OPE per scattering DIS inclusivo
- DIS inclusivo coinvolge l'operatore bilocale Φ , correlatore quark-quark; nell'IFM estrazione del contributo a leading twist \rightarrow proiezione $\Phi^{[\Gamma]}$ con interpretazione probabilistica delle distribuzioni :
 - $\Gamma = \gamma^+$ \rightarrow distribuzione di momento $f_1(x)$
 - $\Gamma = \gamma^+ \gamma_5$ \rightarrow distribuzione di elicit  $g_1(x)$
 - $\Gamma = i \sigma^{i+} \gamma_5$ \rightarrow distribuzione di spin trasverso $h_1(x)$
- la “trasversit ” $h_1(x)$ mischia stati di elicit  diversi del quark \rightarrow propriet  anomale ed interessanti; difficolt  di estrazione dai dati

Base di elicità

$$h_1 \sim \phi^\dagger P_L^\dagger P_R \phi$$

Base di trasversità $h_1 \sim \phi^\dagger (P_\uparrow^\dagger P_\uparrow - P_\downarrow^\dagger P_\downarrow) \phi$

$$\langle \uparrow | \dots | \uparrow \rangle - \langle \downarrow | \dots | \downarrow \rangle \propto \langle + | \dots | - \rangle + \langle - | \dots | + \rangle$$

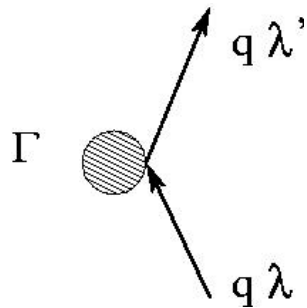
$$\begin{cases} |\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + i|-\rangle) \\ |\downarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle - i|-\rangle) \end{cases}$$



per componenti “good”
(\Leftrightarrow twist 2) elicità = chiralità
quindi h_1 non conserva
chiralità (chiral odd)

QCD conserva l’elicità al leading twist

massless quark spinors $\lambda = \pm 1$

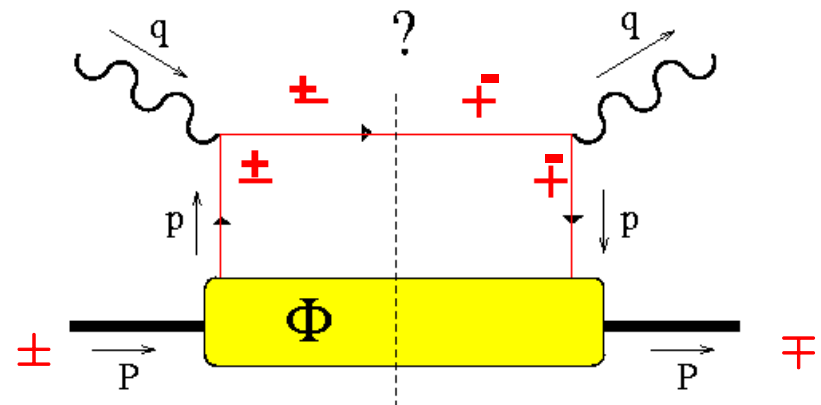


$$\begin{aligned} M &\sim \bar{u}_{\lambda'} \Gamma u_\lambda \\ &\sim \bar{u}_{\lambda'} (1 - \lambda' \gamma_5) (1 - \lambda \gamma_5) \Gamma u_\lambda \\ &\sim \delta_{\lambda\lambda'} \bar{u}_{\lambda'} \Gamma u_\lambda + o\left(\frac{m_q}{E_q}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1 + \lambda \gamma_5}{2} u_\lambda &= u_\lambda \\ \bar{u}_\lambda \frac{1 - \lambda \gamma_5}{2} &= \bar{u}_\lambda \end{aligned}$$

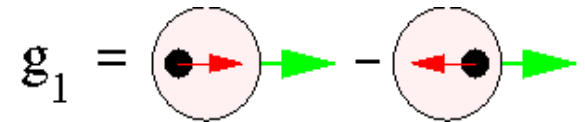
QCD conserva l’elicità al leading twist

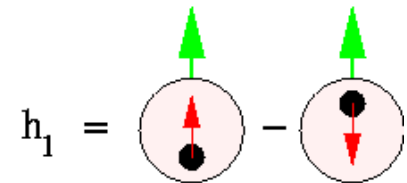
$\rightarrow h_1$ soppressa in DIS inclusivo



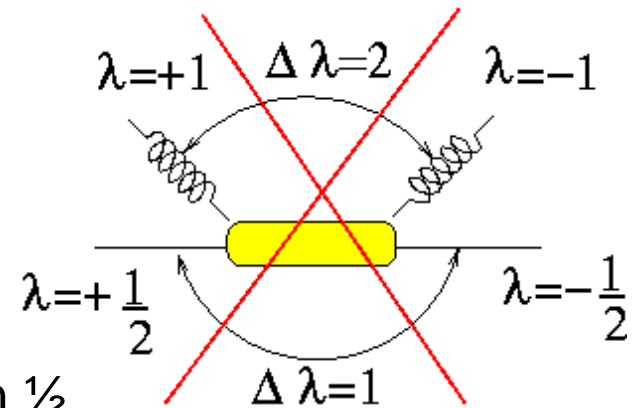
Chiral-odd $h_1 \rightarrow$ interessanti proprietà rispetto alle altre distribuzioni

- g_1 e h_1 (e tutte le PDF) sono definite nell'IFM
cioè boost $Q \rightarrow \infty$ lungo l'asse z
ma boost e rotazioni di Galileo commutano in
frame nonrelativistico $\rightarrow g_1 = h_1$
ogni differenza è data da effetti relativistici
 \rightarrow info su dinamica relativistica dei quarks

$$g_1 = \text{diagram 1} - \text{diagram 2}$$


$$h_1 = \text{diagram 3} - \text{diagram 4}$$


- per gluone si definiscono
 $G(x)$ = la distribuzione di momento
 $\Delta G(x)$ = la distribuzione di elicità
però non esiste la “trasversità” in adrone a spin $\frac{1}{2}$
 \rightarrow evoluzione di h_1^q disaccoppiata da gluoni !



(continua)

$$\langle PS | \bar{q}^f \gamma^+ \gamma_5 \frac{\lambda^f}{2} q^f | PS \rangle \Big|_{Q^2} = 2\lambda \int dx \left[g_1^f(x, Q^2) \oplus \bar{g}_1^f(x, Q^2) \right] \propto g_A$$

regola di somma del momento

(el. matrice operatore locale \leftrightarrow momento di Mellin di funz. di struttura)

el. matrice operatore locale (non-singlet) = momento di $g_1 \rightarrow$ carica assiale

$$\langle PS | \bar{q}^f i\sigma^{0i} \gamma_5 \frac{\lambda^f}{2} q^f | PS \rangle \Big|_{Q^2} = 2S^i \int dx \left[h_1^f(x, Q^2) \ominus \bar{h}_1^f(x, Q^2) \right] = 2S^i h_1^f(Q^2)$$

**carica tensoriale
non è conservata**

- carica assiale da operatore C(harge)-even
carica tensoriale C-odd \rightarrow non prende contributi
da coppie quark-antiquark del mare di Dirac

riassumendo: l'evoluzione di $h_1^q(x, Q^2)$ è molto diversa dalle altre PDF perchè non prende contributi dai gluoni \rightarrow evoluzione tipica di non-singoletto
Inoltre carica tensoriale è struttura C-odd e non è conservata.

- relazioni tra PDF's

positività delle densità di probabilità $\rightarrow f_1 \geq |g_1|$, $f_1 \geq 0$

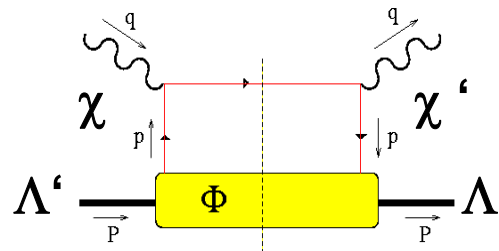
proiezione di $\Phi(x)$ su spazio di (chiralità $\chi = R/L$ del quark) \otimes (spin Λ del N)

$$P_+ \Phi(p, P, S) \Big|_{p^+ = x P^+} \gamma^+ = [f_1(x) + \lambda g_1(x) \gamma_5 + h_1(x) \gamma_5 \not{S}_T] P_+ \quad \text{matrice 4x4 sparsa}$$

$$u_{+R} = P_+ P_R u = \frac{1}{2} \gamma^- \gamma^+ \frac{1 + \gamma_5}{2} u$$

$$u_{+L} = P_+ P_L u = \frac{1}{2} \gamma^- \gamma^+ \frac{1 - \gamma_5}{2} u$$

$$u_{+\chi'}^\dagger (P_+ \Phi \gamma^+) u_{+\chi} \equiv \Phi_{\chi\chi'} = \rho_{\Lambda\Lambda'} \Phi_{\chi'\chi}^{\Lambda'\Lambda}$$



$$\Phi_{\chi'\chi}^{\Lambda'\Lambda} = \begin{array}{cc} \begin{array}{cc} \text{RR} & \text{RL} \end{array} \\ \left(\begin{array}{cc|cc} f_1 + g_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_1 - g_1 & 2h_1 & 0 \\ \hline 0 & 2h_1 & f_1 - g_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_1 + g_1 \end{array} \right) \\ \begin{array}{cc} \text{LR} & \text{LL} \end{array} \end{array}$$

$\|\Phi\| \geq 0 \rightarrow$ disuguaglianza di Soffer: $f_1 + g_1 \geq 2|h_1|$

$$\text{PDF}(x, Q^2) = \frac{1}{2} q(x, Q^2) I \otimes I + \frac{1}{2} \Delta q(x, Q^2) \sigma_3 \otimes \sigma_3 + \frac{1}{2} \delta q(x, Q^2) [\sigma_+ \otimes \sigma_- + \sigma_- \otimes \sigma_+]$$

$$f_1 = \text{circle with a dot}$$

$$g_1 = \text{circle with a dot and a red arrow} - \text{circle with a dot and a red arrow}$$

$$h_1 = \text{circle with a dot and a green arrow} - \text{circle with a dot and a red arrow}$$

$$\sum_{a=\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} \Phi_{RR}^{aa} + \Phi_{LL}^{aa}$$

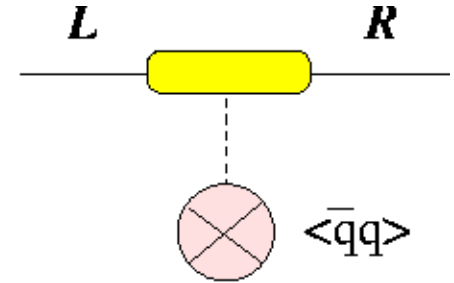
$$\sum_{a=\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} \Phi_{RR}^{aa} - \Phi_{LL}^{aa}$$

$$\Phi_{LR}^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}$$

(continua)

h_1 non conserva chiralità (chiral odd)

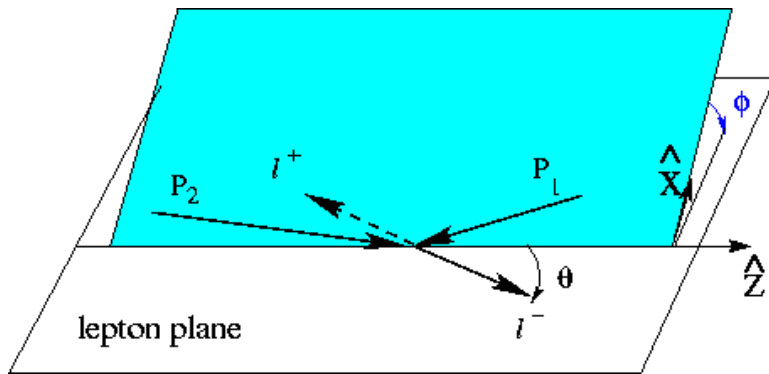
h_1 può quindi essere determinata da processi soft legati alla rottura della simmetria chirale della QCD (ruolo del vuoto nonperturbativo di QCD?)



in **base di elicità** la sezione d'urto deve essere chiral-even
quindi per estrarre h_1 bisogna trovare un processo elementare in cui appaia insieme ad un partner chiral-odd, in modo da “annullare l'effetto”;
il vincolo ulteriore è che tale contributo appaia al leading twist.

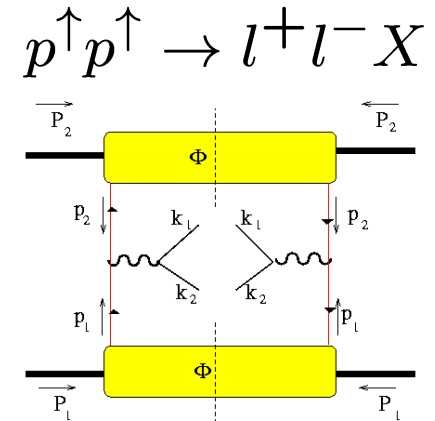
Come estrarre la trasversità dai dati ?

No DIS inclusivo \rightarrow scelta più ovvia: Drell-Yan polarizzato



Collins-Soper frame:
 $\mathbf{q}_T(\gamma^*)$ in (xz) plane

$$x_{1/2} = \frac{Q^2}{2P_{1/2} \cdot q}$$



$$W^{\mu\nu} = \int d\mathbf{q}_T \int \frac{d^4\xi}{(2\pi)^4} e^{iq \cdot \xi} \langle P_1 S_1, P_2 S_2 | [J^\mu(\xi), J^\nu(0)] | P_1 S_1, P_2 S_2 \rangle$$

$$\rightarrow \frac{1}{3} \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 \text{Tr} [\Phi_f(x_1, S_1) \gamma^\mu \bar{\Phi}_{\bar{f}}(x_2, S_2) \gamma^\nu] + (\mu \leftrightarrow \nu)$$

$$\Phi(x, S) = \int dp^- d\mathbf{p}_T \Phi(p, P, S) \Big|_{p^+ = xP^+} \longrightarrow [f_1(x) + \lambda g_1(x) \gamma_5 + h_1(x) \gamma_5 \not{S}_T]$$

$$\frac{d\sigma^{\uparrow\uparrow}}{dx_1 dx_2 d\Omega} = \frac{d\sigma^o}{dx_1 dx_2 d\Omega} + \frac{\Delta\sigma}{dx_1 dx_2 d\Omega}$$

$$\sim \frac{\alpha^2}{12Q^2} \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 \left\{ f_1^f(x_1) \bar{f}_1^f(x_2) (1 + \cos^2 \theta) + |\mathbf{S}_{1T}| |\mathbf{S}_{2T}| \sin^2 \theta \cos 2\phi h_1^f(x_1) \bar{h}_1^f(x_2) \right\}$$

Single-Spin Asymmetry (SSA)

$$\begin{aligned}
 A_{TT} &= \frac{d\sigma(p^\uparrow p^\uparrow) - d\sigma(p^\uparrow p^\downarrow)}{d\sigma(p^\uparrow p^\uparrow) + d\sigma(p^\uparrow p^\downarrow)} \\
 &= |S_{T_1}| |S_{T_2}| \frac{\sin^2 \theta \cos 2\phi}{1 + \cos^2 \theta} \frac{\sum_{f,\bar{f}} e_f^2 h_1^f(x_1) \bar{h}_1^f(x_2)}{\sum_{f,\bar{f}} e_f^2 f_1^f(x_1) \bar{f}_1^f(x_2)}
 \end{aligned}$$

Ma = distribuzione di spin trasverso per antiquark in protone polarizzato
 → antiquark del mare di Dirac è soppresso

Inoltre simulazioni indicano che disuguaglianza di Soffer, imposta ad ogni Q^2 nell'evoluzione, vincola A_{TT} a numeri troppo piccoli ($\lesssim 1\%$)

Meglio considerare $p^\uparrow \bar{p}^\uparrow \rightarrow l^+ l^- X$ (recente proposals PAX & ASSIA al GSI)

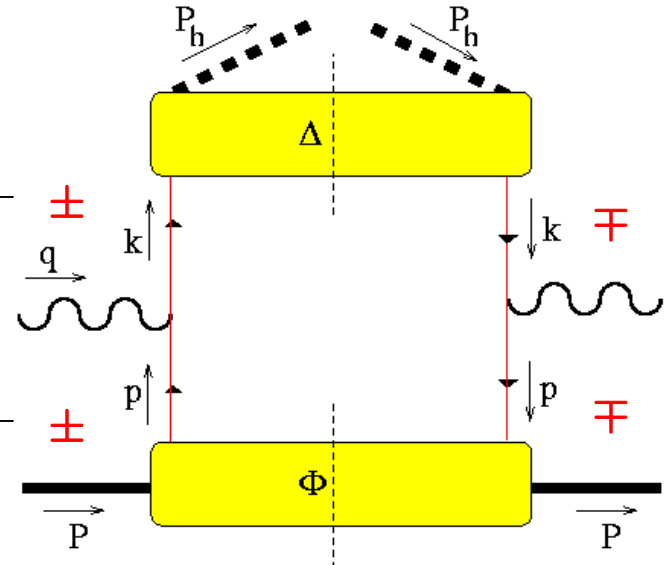
Altrimenti si devono considerare reazioni semi-inclusive

Altra alternativa → DIS semi-inclusivo (SIDIS)

diagramma
dominante
al leading twist

partner
chiral-odd

chiral-odd



i 3 vettori P, q, P_h non possono essere tutti collineari → 2 scelte:

1. \perp -frame (sperimentale) $\mathbf{P}_{\perp} = \mathbf{q}_{\perp} = \mathbf{0}$, $\mathbf{P}_{h\perp} \neq \mathbf{0}$
2. T-frame (teorico) $\mathbf{P}_T = \mathbf{P}_{hT} = \mathbf{0}$, $\mathbf{q}_T \neq \mathbf{0}$

collegati da boost
per cui $\mathbf{q}_T = -\mathbf{P}_{h\perp} / z_h$

$$z_h = \frac{P \cdot P_h}{P \cdot q}$$

al leading twist T-frame $\sim \perp$ -frame
perchè il boost introduce correzioni
del tipo $1/Q$



T-frame (IFM)

$$P^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(A, \frac{M^2}{A}, \mathbf{0}_T \right) \rightarrow \left(P^+, \frac{M^2}{2P^+}, \mathbf{0}_T \right)$$

$$q^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-x_N A, \frac{Q^2 - \mathbf{q}_T^2}{2x_N A}, \mathbf{q}_T \right) \sim \left(-x_B P^+, \frac{P_h^-}{z_h}, \mathbf{q}_T \right) \rightarrow (-Q, Q, \mathbf{q}_T)$$

$$P_h^\mu \rightarrow \left(\frac{M_h^2}{2z_h Q}, z_h Q, \mathbf{0}_T \right)$$

IFM per stato finale:
direzione “-” dominante

$$x_B \sim x_N = -\frac{q^+}{P^+}$$

$$z_h = \frac{P_h^-}{q^-}$$

partoni

$$p^\mu = \left(xP^+, \frac{p^2 + \mathbf{p}_T^2}{2xP^+}, \mathbf{p}_T \right)$$

$$k^\mu = \left(\frac{z(k^2 + \mathbf{k}_T^2)}{2P_h^-}, \frac{P_h^-}{z}, \mathbf{k}_T \right)$$

$$z = \frac{P_h^-}{k^-} \sim z_h$$

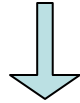
frazione light-cone
del momento
del quark frammentante

	+	-	
H → q	~ Q	~ 1/Q	∫ dp ⁻
hard	~ Q	~ Q	
q → H	~ 1/Q	~ Q	∫ dp ⁺

procedura simile a DIS inclusivo

$$2MW^{\mu\nu} = \sum_f e_f^2 \int d^4p \delta((p+q)^2 - m^2)$$

$$\text{Tr} [\Phi(p, P, S) \gamma^\mu (\not{p} + \not{q} + m) \gamma^\nu] + \left(\begin{array}{c} \mu \leftrightarrow \nu \\ q \leftrightarrow -q \end{array} \right)$$



$$2MW^{\mu\nu} = \sum_f e_f^2 \int d^4p d^4k \delta(p+q-k)$$

(antiquark)

$$\text{Tr} [\Phi(p, P, S) \gamma^\mu \Delta(k, P_h, S_h) \gamma^\nu] + \left(\begin{array}{c} \mu \leftrightarrow \nu \\ q \leftrightarrow -q \end{array} \right)$$

quark "decade" in adrone non colorato
confinamento → neutralizzazione del colore

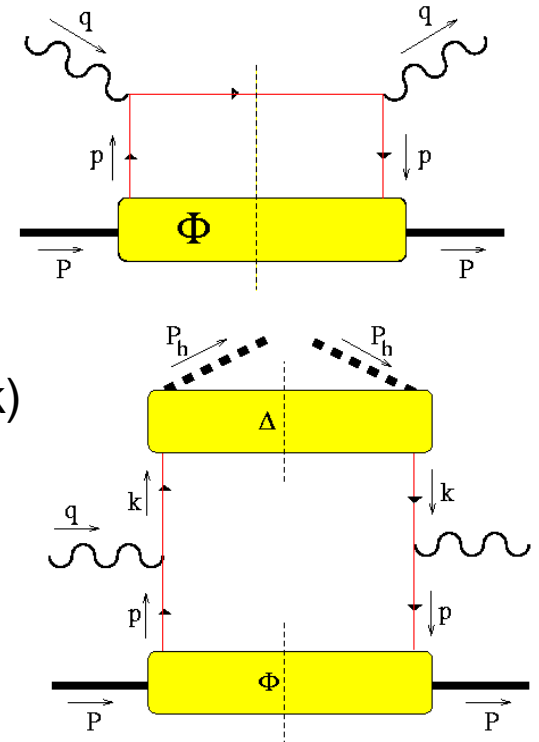
$$Q^2 \rightarrow \infty \sum_f e_f^2 \int dp^- d\mathbf{p}_T dk^+ d\mathbf{k}_T \delta(\mathbf{p}_T + \mathbf{q}_T - \mathbf{k}_T)$$

$$\text{Tr} [\Phi(p, P, S) \gamma^\mu \Delta(k, P_h, S_h) \gamma^\nu] \Big|_{k^- = P_h^- / z}^{p^+ = xP^+} + \left(\begin{array}{c} \mu \leftrightarrow \nu \\ q \leftrightarrow -q \end{array} \right)$$

$$\Phi(p, P, S) = \int \frac{d^4\xi}{(2\pi)^4} e^{-ip \cdot \xi} \langle P, S | \bar{\psi}(\xi) \psi(0) | P, S \rangle$$

$$\Delta(k, P_h, S_h) = \sum_X \int \frac{d^4\zeta}{(2\pi)^4} e^{ik \cdot \zeta} \langle 0 | \psi(\zeta) | P_h S_h, X \rangle \langle P_h S_h, X | \bar{\psi}(0) | 0 \rangle$$

similmente
per antiquark



contributi al leading twist

decomposizione della matrice di Dirac $\Delta(k, P_h, S_h)$ sulla base delle strutture di Dirac e dei 4-(pseudo)vettori k, P_h, S_h compatibilmente con

Hermiticity $\gamma^0 \Delta^\dagger(k, P_h, S_h) \gamma^0 = \Delta(k, P_h, S_h)$

invarianza per parita' $\gamma^0 \Delta(\tilde{k}, \tilde{P}_h, \tilde{S}_h) \gamma^0 = \Delta(k, P_h, S_h)$ $\tilde{a} = (a^0, -\vec{a})$

“ “ time-reversal $(i\gamma^1\gamma^3 \Delta^\dagger(\tilde{k}, \tilde{P}_h, \tilde{S}_h) i\gamma^1\gamma^3)^* = \Delta(k, P_h, S_h)$

$$\begin{aligned} \Delta(k, P_h, S_h) = & B_1 M_h + B_2 \not{P}_h + B_3 \not{k} \\ & + B_6 M_h \not{S}_h \gamma_5 + B_7 \frac{k \cdot S_h}{M_h} \not{P}_h \gamma_5 + B_8 \frac{k \cdot S_h}{M_h} \not{k} \gamma_5 \\ & + iB_9 \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 k^\mu S_h^\nu + iB_{10} \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 P_h^\mu S_h^\nu + iB_{11} \frac{k \cdot S_h}{M_h^2} \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 k^\mu P_h^\nu \end{aligned}$$

base di Dirac

$$\mathbf{1}, \gamma^\mu, \gamma_5, \gamma^\mu \gamma_5, \sigma_{\mu\nu}, i\sigma^{\mu\nu} \gamma_5$$

$$\Delta^{[\Gamma]}(z, S_h) = \frac{1}{4z} \int dk^+ dk_T \text{Tr} [\Delta(k, P_h, S_h) \Gamma] \Big|_{k^- = P_h^- / z}$$

$$\Delta^{[\gamma^-]}(z, S_h) = D_1(z)$$

$$D_1 = \bullet \longrightarrow \bigcirc$$

$$\Delta^{[\gamma^- \gamma_5]}(z, S_h) = \lambda_h G_1(z)$$

$$G_1 = \left(\bullet \xrightarrow{\text{red}} \bigcirc \xrightarrow{\text{green}} \right) - \left(\bullet \xleftarrow{\text{red}} \bigcirc \xrightarrow{\text{green}} \right)$$

$$\Delta^{[i\sigma^{i-} \gamma_5]}(z, S_h) = S_{hT}^i H_1(z)$$

$$H_1 = \left(\bullet \xrightarrow{\text{red}} \bigcirc \xrightarrow{\text{green}} \right) - \left(\bullet \xleftarrow{\text{red}} \bigcirc \xrightarrow{\text{green}} \right)$$

chiral-odd

(continua)

proiezione di Δ su (chiralità $\chi = R/L$ del quark) \otimes (spin Λ di adrone h)

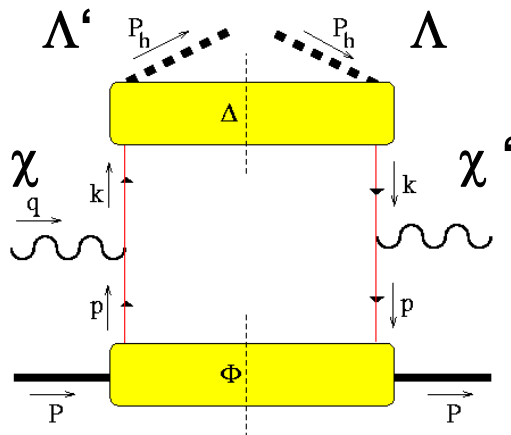
$$\Delta(z, S_h) = \frac{z}{4} \int dk^+ d\mathbf{k}_T \Delta(k, P_h, S_h) \Big|_{k^- = P_h^- / z}$$

$$P_- \Delta(z, S_h) \gamma^- = [D_1(z) + \lambda_h G_1(z) \gamma_5 + H_1(x) \gamma_5 \not{S}_{hT}] P_-$$

$$u_{+R} = P_+ P_R u = \frac{1}{2} \gamma^- \gamma^+ \frac{1 + \gamma_5}{2} u$$

$$u_{+L} = P_+ P_L u = \frac{1}{2} \gamma^- \gamma^+ \frac{1 - \gamma_5}{2} u$$

$$u_{+\chi'}^\dagger (P_- \Delta \gamma^-) u_{+\chi} \equiv \Delta_{\chi\chi'} = \rho_{\Lambda\Lambda'} \Delta_{\chi'\chi}^{\Lambda'\Lambda}$$



$$\Delta_{\chi'\chi}^{\Lambda'\Lambda} = \begin{array}{cc} \begin{array}{cc} \text{RR} & \text{RL} \end{array} \\ \left(\begin{array}{cc|cc} D_1 + G_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_1 - G_1 & 2H_1 & 0 \\ \hline 0 & 2H_1 & D_1 - G_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_1 + G_1 \end{array} \right) \\ \begin{array}{cc} \text{LR} & \text{LL} \end{array} \end{array}$$

$$H_1 = \left(\begin{array}{c} \uparrow \\ \bullet \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \uparrow \\ \circ \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \bullet \\ \downarrow \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \uparrow \\ \circ \end{array} \right) \iff \Delta \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \Delta_{LR}$$

SSA in SIDIS

se $S_h=0$ (ad es. π) $\rightarrow h_1 \otimes$ (FF chiral-odd)
appare al twist 3

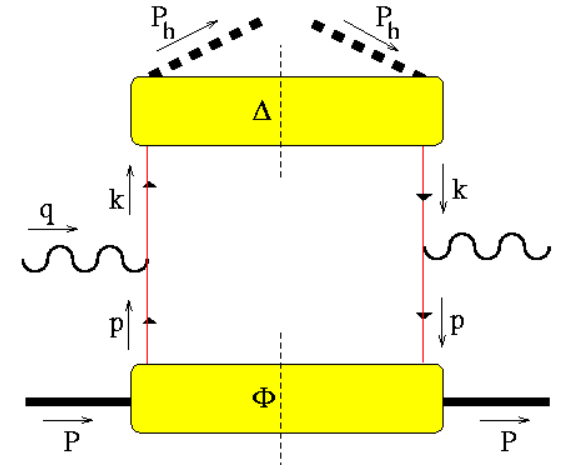
Se $S_{hT} \neq 0$ (ad es. Λ^\uparrow) : $e p^\uparrow \rightarrow e' \Lambda^\uparrow X$ al twist 2

$$\frac{d\sigma}{dx dy dz d\phi_S d\phi_{S_h}} = \frac{\alpha^2}{sxQ^2} L_{\mu\nu} \int d\mathbf{P}_{hT} 2MW^{\mu\nu}$$



$$= \frac{2\alpha^2}{sxy^2} \sum_{f,\bar{f}} e_f^2 \left\{ A(y) f_1^f(x) D_1^f(z) + |S_T| |S_{\Lambda T}| B(y) \cos(\phi_S + \phi_{S_h}) x h_1^f(x) H_1^f(z) \right\}$$

$$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot p_e} \sim \frac{\nu}{E_e}$$



SSA = depolarizzazione (o coefficiente di trasferimento di polarizzazione)

$$D_{NN} = \frac{d\sigma(p^\uparrow \Lambda^\uparrow) - d\sigma(p^\downarrow \Lambda^\uparrow)}{d\sigma(p^\uparrow \Lambda^\uparrow) + d\sigma(p^\downarrow \Lambda^\uparrow)} \propto |S_T| |S_{\Lambda T}| \cos(\phi_S + \phi_{S_h}) \frac{B(y)}{A(y)} \frac{\sum_{f\bar{f}} e_f^2 h_1^f(x) H_1^f(z)}{\sum_{f\bar{f}} e_f^2 f_1^f(x) D_1^f(z)}$$

(continua)

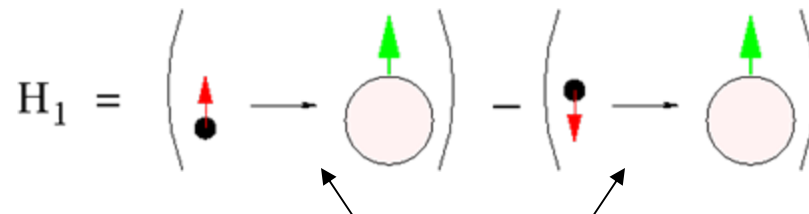
Similmente per
 $p p^\uparrow \rightarrow \Lambda^\uparrow X$

$$D_{NN} \propto |S_T| |S_{\Lambda_T}| \frac{\sum_{f\bar{f}} e_f^2 f_1^f(x_1) h_1^f(x_2) H_1^f(z)}{\sum_{f\bar{f}} e_f^2 f_1^f(x_1) f_1^f(x_2) D_1^f(z)}$$

Ma problema teorico:

$$\Lambda^\uparrow = \{u^\uparrow, d^\downarrow, s^\uparrow\}$$

secondo $SU_f(3)$



ma quale meccanismo ?

- Riassumendo :**
- SSA in $p^\uparrow p^\uparrow \rightarrow l^+ l^- X$ improbabile; antiprotoni polarizzati trasversalmente non ancora disponibili
 - SSA in SIDIS con adroni polarizzati, ad es. $e p^\uparrow \rightarrow e' \Lambda^\uparrow X$, implica un meccanismo di trasferimento di polarizzazione non ancora ben noto
 - SSA in SIDIS con adroni non polarizzati contribuisce a $\text{twist} \geq 3$

In tutti i casi difficoltà nell'estrarre h_1 dai dati \rightarrow altri meccanismi ?