

Riassunto lezione precedente

- proprietà di simmetria delle rappresentazioni, classificazione dei multipletti dello spettro barionico ed identificazione degli stati; esempio di due e tre particelle descritte da doppietto di $SU(2)$ o da tripletto di $SU(3)$; stati simmetrici, antisimmetrici, e a simmetria mista
- i tableaux di Young: metodo automatico per calcolare le dimensioni e le proprietà del prodotto di numero qualsiasi di rappresentazioni di dim. N e delle loro coniugate N^*
- distinzione e classificazione di stati in base a proprietà di simmetria rispetto ad operazioni di G parità (e/o C coniugazione di carica) su rappresentazioni di $SU(3)_f$ accoppiate a doppietti di spin $SU(2)$; classificazione univoca dei complessivi 36 stati dei nonetti mesonici pseudoscalare e vettoriale

SU(6) e spettro dei barioni

$$\text{SU}(6) = \text{SU}(3) \otimes \text{SU}(2)$$

$$|X_1\rangle |X_2\rangle |X_3\rangle$$

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10_S \oplus 8_{M_S} \oplus 8_{M_A} \oplus 1_A$$

$$|\varphi_1\rangle |\varphi_2\rangle |\varphi_3\rangle$$

$$2 \otimes 2 \otimes 2 = 4_S \oplus 2_{M_S} \oplus 2_{M_A}$$

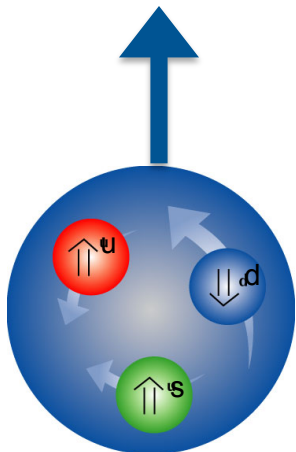
$$6 \otimes 6 \otimes 6 = 56_S \oplus 70_{M_S} \oplus 70_{M_A} \oplus 20_A$$

simmetria	stati	
S	$ X\rangle_S \varphi\rangle_S = (10,4) \leftarrow \Delta$	
	$1/\sqrt{2} (X_{M_S}\varphi_{M_S} + X_{M_A}\varphi_{M_A}) = (8,2) \leftarrow N$	
M_S	$X_S\varphi_{M_S} = (10,2)$	$X_S\varphi_{M_A} = (10,2)$
M_A	$X_{M_S}\varphi_S = (8,4)$	$X_{M_A}\varphi_S = (8,4)$
	$1/\sqrt{2} (-X_{M_S}\varphi_{M_S} + X_{M_A}\varphi_{M_A}) = (8,2)$	$1/\sqrt{2} (X_{M_S}\varphi_{M_A} + X_{M_A}\varphi_{M_S}) = (8,2)$
	$X_A\varphi_{M_A} = (1,2) \leftarrow \Lambda(1405)$	$X_A\varphi_{M_S} = (1,2)$
A	$X_A\varphi_S = (1,4)$	
	$1/\sqrt{2} (X_{M_S}\varphi_{M_A} - X_{M_A}\varphi_{M_S}) = (8,2)$	



perché **56**
ha energia più
bassa e $P=+$ e
gli altri stati si
alternano con
 $P=-, +, -, \dots$?

moto orbitale dei quark: $SU(6) \otimes O(3)$



quark con nr. quantici:

sapore

u, d, s

spin

S = ↑, ↓

moto orbitale

L

$$\left. \begin{array}{l} SU(3)_f \\ SU(2) \end{array} \right\} \otimes \left. \begin{array}{l} SU(6) \\ O(3) \end{array} \right\} \otimes$$



adrone con nr. quantici

$L \oplus S = J$

$SU(6) \otimes O(3)$

regola generale : solo rappresentazioni simmetriche di $SU(6) \otimes O(3)$
 $[SU(6) \otimes O(3)]_s$

SU(6) \otimes O(3) : barioni

stato fondamentale

esempio più semplice: potenziale di oscillatore armonico, stati (nl)
 $|0\rangle_{O(3)} = (1s)(1s)(1s) \equiv |O(3)\rangle_S$ con $L^P = 0^+$

$$[SU(6) \otimes O(3)]_S \Rightarrow |SU(6)\rangle_S \equiv \mathbf{56}_S$$

$$P_{O(3)} = + \Rightarrow P_{SU(6)} = + \text{ cioè } (\mathbf{10}, J^P = 3/2^+) \text{ e } (\mathbf{8}, J^P = 1/2^+)$$

1° stato eccitato

$$|1\rangle_{O(3)} = (1s)(1s)(1p) \equiv |O(3)^*\rangle_M \text{ con } L^P = 1^-$$



$$[SU(6) \otimes O(3)]_S \Rightarrow |SU(6)^*\rangle_M \equiv \mathbf{70}_M :$$

(10,2)	S ₃₁ (1650), D ₃₃ (1670)
(8,2)	S ₁₁ (1535), D ₁₃ (1520)
(8,4)	S ₁₁ (1700), D ₁₃ (1700), D ₁₅ (1670)
(1,2)	S ₀₁ (1405; Λ), D ₀₃ (1520; Λ)

$X_{2I,2J}$

... altri stati con stranezza

$SU(6) \otimes O(3) : \text{barioni}$

altri stati eccitati

$|2\rangle_{O(3)}$? $(1s)(1s)(1d)$ degenerare con $(1s)(1s)(2s)$ e $(1s)(1p)(1p)$

risulta $|O(3)^{**}\rangle_S = \sqrt{2/3} (1s)(1s)(2s) + \sqrt{1/3} (1s)(1p)(1p)$ con $L^P = 0^+$

$[SU(6) \otimes O(3)]_S \Rightarrow |SU(6)^{**}\rangle_S \equiv \mathbf{56}_S$



altri stati possibili: $\mathbf{56}_S$ con $L^P = 2^+$ $5/2^+(1690), 3/2^+(1810)$ con $S=1/2$
 $1/2^+(1910), 3/2^+(?), 5/2^+(1890),$
 $7/2^+(1950)$ con $S=3/2$
 $\mathbf{70}_M$ con $L^P = 0^+, 1^+, 2^+ \dots$

ma i primi stati eccitati ($\sim |1\rangle_{O(3)}$) sono $\mathbf{70}_M$ con $P=-$ o $P=+$?
 ipotesi "diquark+quark" \Rightarrow alternanza di $P=+ / - / + / \dots$



radial excitations $(1s)(1s)(2s)$ degenerate with $(1s)(1s)(1d) : P_{11}, P_{33}, \dots$

SU(6) \otimes O(3) : mesoni

sistema $\underbrace{\{q \bar{q}\}}_L$ ha parità $P = (-)^{L+1}$

sistema “ “ in stato $\begin{cases} |X\rangle_S |\varphi\rangle_A \\ |X\rangle_A |\varphi\rangle_S \end{cases}$ ha $C = (-)^{L+S}$

quindi $CP = - \quad S=0$
 $CP = + \quad S=1$

$S=0 \Rightarrow J \equiv L \Rightarrow C = (-)^J = -P \Rightarrow J^{PC} = 0^{-+}, 1^{+-}, 2^{-+}, \dots$
 $S=1 \Rightarrow J = L+1 \Rightarrow C = P \Rightarrow J^{PC} = 1^{-+}, (0^{++}, 1^{++}, 2^{++}), (1^{-+}, 2^{-+}, 3^{-+}), \dots$

nonetto pseudoscalare
e vettore

J^{PC}	$I = 1$	$I = 0$	$I = 1/2$
0^{-+}	$\pi(140) \dots$	$\eta(550) \dots$	$\eta'(960) \dots$ K(495)
1^{-+}	$\rho(770) \dots$	$\omega(780) \dots$	$\phi(1020) \dots$ K*(890) ...
1^{+-}	$b_1(1235)$	$h_1(1170)$	$K_1(1270)$
0^{++}	$a_0(980) \dots$	$\sigma(600)$	$f_0(980) \dots$ K* ₀ (1430)
1^{++}	$a_1(1260)$	$f_1(1285)$	$f_1(1420)$ K ₁ (1400)
2^{++}	$a_2(1320)$	$f_2(1270) \dots$	$f_2(1525)$ K* ₂ (1430)
2^{-+}	$\pi_2(1670) \dots$	$\eta_2(1645)$	$K_2(1770) \dots$
...

Applicazioni: carica e momento magnetico del nucleone

il nucleone sta in $56_S = 10_S \otimes 4_S \oplus 8_{M_S} \otimes 2_{M_S}$ ed appartiene a $8_{M_S} \otimes 2_{M_S}$ quindi la sua funzione d'onda SU(6) è del tipo

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|X\rangle_{M_S} |\varphi\rangle_{M_S} + |X\rangle_{M_A} |\varphi\rangle_{M_A}) \quad (\text{vedi slide 2})$$

con $|X\rangle_{M_S/A}$ da slide 5 – lez.3
 $|\varphi\rangle_{M_S/A}$ da slide 3 – lez.3

carica

$$e_N = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \chi_{M_S} \phi_{M_S}^\uparrow + \chi_{M_A} \phi_{M_A}^\uparrow | e_i | \chi_{M_S} \phi_{M_S}^\uparrow + \chi_{M_A} \phi_{M_A}^\uparrow \rangle \frac{1}{\sqrt{2}} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

