Riassunto della lezione precedente

- verifica di QPM in reazioni elettrodeboli, regole di somma :
  1. Gottfried sum rule → SU_f (3) rotta per i quark del mare
  2. Momentum sum rule → gluoni portano metà del momento dell'adrone

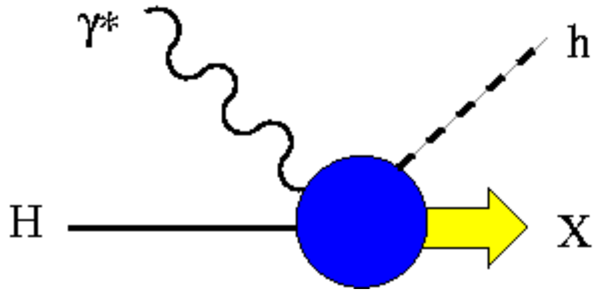
- verifica fattorizzazione tra sez. d'urto elementare e densità partoniche
  universalità di densità partoniche → esplorare nuovi processi fondamentali

- Drell-Yan (DY) : cinematica, formule generali ; QPM picture → test $SU(3)_c$

- test sperimentali del QPM in DY :
  scaling di sezione d'urto in s; rapporto di carica su nuclei isoscalari
  distribuzione angolare della coppia leptonica; violazione Lam-Tung sum rule
  K factor

- e^+e^- inclusivo: formalismo e interpretazione in QPM
  scaling della sezione d'urto totale; rapporto R → test di $SU_c(3)$ e $SU_f(N_f)$
- e^+e^- semi-inclusivo: formalismo e interpretazione in QPM
  distribuzione angolare dell'adrone rivelato
  funzione di frammentazione incognita da confronto con dati

Semi-inclusive DIS (SIDIS)



stesse definizioni del caso inclusivo per cinematica e invarianti con in più

$$z_h = \frac{P \cdot P_h}{P \cdot q}$$

$z > 0$ $\quad P_h$ equiverso a $P \rightarrow$ h viene da frammentazione di partone

current fragmentation region

$z < 0$ $\quad P_h$ opposto a $P \rightarrow$ h viene da frammentazione del bersaglio H

target fragmentation region

N.B. in TRF $\quad z \sim \frac{M E_h}{M \nu} = \frac{E_h}{\nu}$

SIDIS

$$\mathcal{F} = 4\sqrt{(P\cdot k)^2 - P^2 k^2} \overset{\text{TRF}}{=} 4ME \equiv 2s \qquad d\sigma = \frac{1}{\mathcal{F}}|\mathcal{M}|^2\, dR$$

$$dR = (2\pi)^4\delta(k+P-k'-P_X-P_h)\,\frac{d\mathbf{P}_X}{(2\pi)^3 2P_X^0}\,\frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3 2E'}\,\frac{d\mathbf{P}_h}{(2\pi)^3 2E_h}$$

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{e^4}{Q^4} L_{\mu\nu}\, H^{\mu\nu}_{1PI}$$

$$L_{\mu\nu} = \quad 2(k_\mu k'_\nu + k'_\mu k_\nu - k\cdot k' g_{\mu\nu})$$

$$H^{\mu\nu}_{1PI} = \quad \frac{1}{2}\sum_{SS_h}\langle PS|J^\mu|P_X, P_h S_h\rangle\langle P_X, P_h S_h|J^\nu|PS\rangle$$

$$2E_h\frac{d\sigma}{d\mathbf{P}_h dE' d\Omega} = \frac{1}{4ME}\,\frac{E'}{16\pi^3}\,\frac{e^4}{Q^4}L_{\mu\nu}\,\frac{1}{(2\pi)^3}\int\frac{d\mathbf{P}_X}{(2\pi)^3 2P_X^0}(2\pi)^4\,\delta(k+P-k'-P_X-P_h)\,H^{\mu\nu}_{1PI}$$

$$= \frac{\alpha^2}{Q^4}\,\frac{E'}{E}\,L_{\mu\nu}\,\frac{1}{2M}\,2M\,W^{\mu\nu}_{1PI}$$

N.B. cross-check $$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \int\frac{d\mathbf{P}_h}{2E_h}2E_h\frac{d\sigma}{d\mathbf{P}_h dE' d\Omega} = \frac{\alpha^2}{Q^4}\,\frac{E'}{E}\,L_{\mu\nu}\,W^{\mu\nu}$$

SIDIS (continua)

$$\frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3 2E'} = \frac{E' dE' d\Omega}{16\pi^3} = \frac{\pi y s dx_B dy}{16\pi^3}$$

$$\frac{d\mathbf{P}_h}{2E_h} \sim d\mathbf{P}_{h\perp} \frac{dE_h}{2E_h} \sim d\mathbf{P}_{h\perp} \frac{dz}{2z}$$

$$\frac{d\sigma}{d\mathbf{P}_{h\perp} dx_B dy dz} = \frac{\pi\alpha^2}{Q^4} \frac{y}{2z} L_{\mu\nu}\, 2M\, W^{\mu\nu}_{1PI}$$

$$\frac{d\sigma}{dx_B dy dz} = \frac{\pi\alpha^2}{Q^4} \frac{y}{2z} L_{\mu\nu}\, 2M \int d\mathbf{P}_{h\perp}\, W^{\mu\nu}_{1PI}$$

cruciale per fattorizzazione tra distribuzione e frammentazione

QPM picture

$$\frac{d\sigma}{dx_B dy dz} = \sum_{f=q,\bar{q}} \int_0^1 dx' dz' \, \phi_f(x') \, \frac{d\sigma^{(e^- q \to e^- q)}}{dx' dy} \left(\frac{x'}{x_B} \right) \, D_f(z') \, \delta \left(z - z' \frac{x'}{x_B} \right)$$

$$= \frac{4\pi\alpha^2 s}{Q^4} \left(\frac{y^2}{2} + 1 - y \right) x_B \sum_{f=q,\bar{q}} e_f^2 \, \phi_f(x_B) \, D_f(z)$$

N.B. cross-check

Callan-Gross

$F_2 = 2\, x_B\, F_1$

$$\frac{d\sigma}{dx_B dy} = \int dz \, \frac{d\sigma}{dx_B dy dz}\Big|_{D_f(z)=\delta(1-z)}$$

$$= \frac{4\pi\alpha^2 s}{Q^4} \left(\frac{y^2}{2} + 1 - y \right) x_B \sum_{f=q,\bar{q}} e_f^2 \, \phi_f(x_B) = \frac{4\pi\alpha^2 s}{Q^4} \left(1 - y + \frac{y^2}{2} \right) F_2$$

DIS inclusivo

SIDIS

$$e^- p \to e'^- h^\pm X$$

$$\frac{1}{\sigma_{incl}} \frac{d\sigma}{dx_B dy dz} = \frac{\sum_f \; e_f^2 \, \phi_f(x_B) \, D_f(z)}{\sum_f \; e_f^2 \, \phi_f(x_B)}$$

$$\sim \; D_u^h$$

e$^+$e$^-$ semi-inclusivo

$$e^+ e^- \to h^\pm X$$

$$\frac{1}{\sigma_{incl}} \frac{d\sigma}{dz} = \frac{\sum_f \; e_f^2 \, D_f(z)}{\sum_f \; e_f^2}$$

$$\sim \; D_u^h + D_{\bar{u}}^h$$

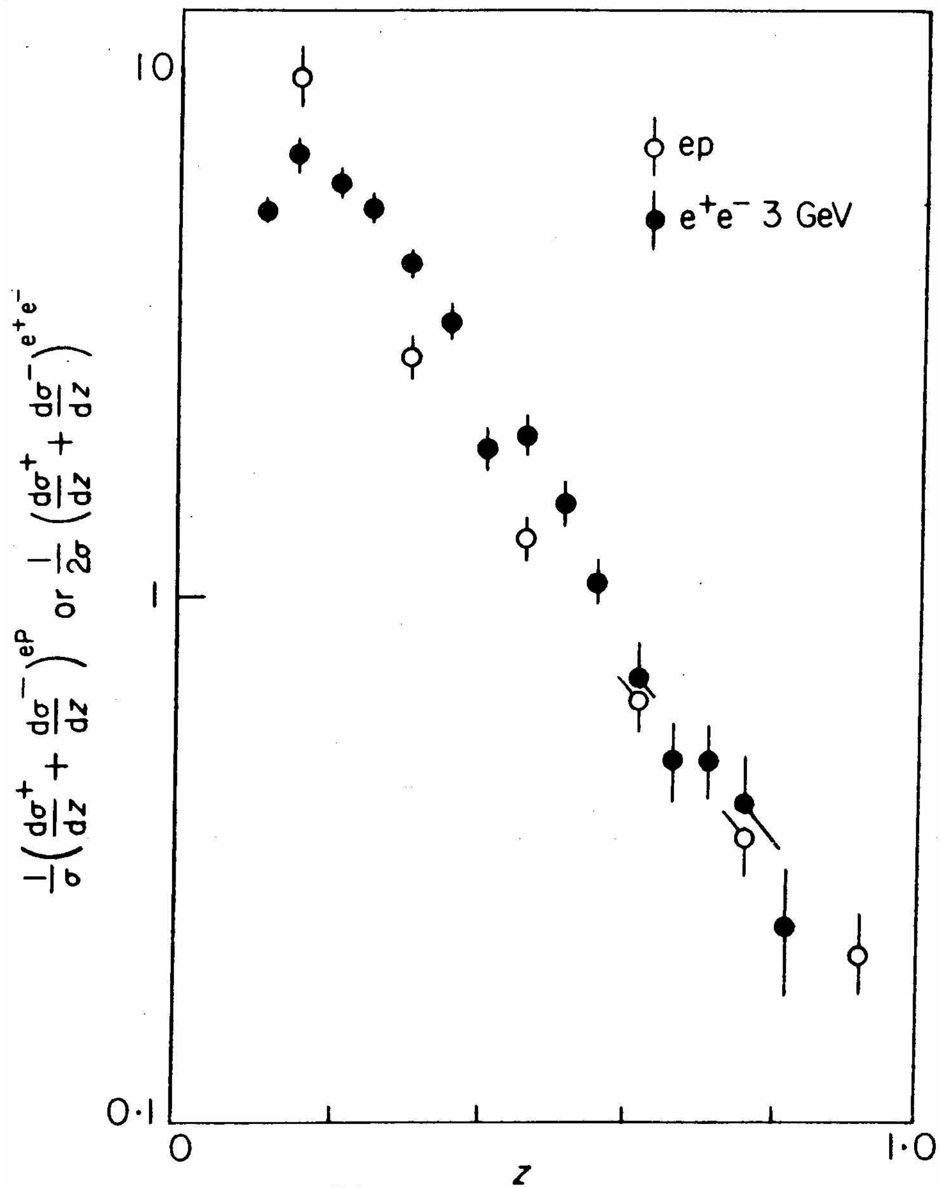
dominanza *u* quark

quindi

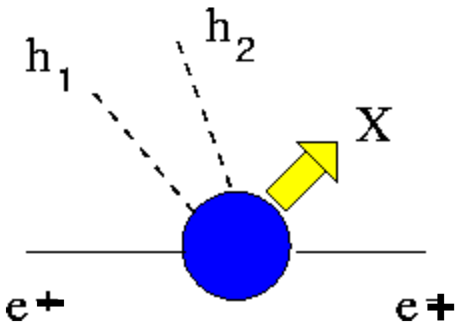
$$\frac{1}{\sigma_{incl}} \left(\frac{d\sigma^{h^+}}{dx_B dy dz} + \frac{d\sigma^{h^-}}{dx_B dy dz} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{\sigma_{incl}} \frac{1}{2} \left(\frac{d\sigma^{h^+}}{dz} + \frac{d\sigma^{h^-}}{dz} \right)$$

$$\sim \; D_u^{h^+} + D_u^{h^-}$$

Gilman, Int. Symp. on lepton and photon interactions at high energies, SLAC (75)



e^+e^- semi-inclusivo in due adroni



$$z_1 = \frac{2P_1 \cdot q}{q^2} \qquad z_2 = \frac{2P_2 \cdot q}{q^2}$$

$$d\sigma = \frac{1}{\mathcal{F}} |\mathcal{M}|^2 \, dR \qquad |\mathcal{M}|^2 = \frac{e^4}{Q^4} L_{\mu\nu} \, H^{\mu\nu}_{2PI}$$

$$\mathcal{F} \overset{\text{TRF}}{=} 2Q^2 \equiv 2s \qquad dR = (2\pi)^4 \delta(q - P_X - P_1 - P_2) \, \frac{d\mathbf{P}_X}{(2\pi)^3 2P_X^0} \, \frac{d\mathbf{P}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \, \frac{d\mathbf{P}_2}{(2\pi)^3 2E_2}$$

$$\begin{aligned} 2E_1 2E_2 \frac{d\sigma}{d\mathbf{P}_1 d\mathbf{P}_2} &= \frac{1}{2} \frac{1}{2Q^2} \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{e^4}{Q^4} L_{\mu\nu} \\ &\quad \times \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{d\mathbf{P}_X}{(2\pi)^3 2P_X^0} (2\pi)^4 \, \delta(q - P_X - P_1 - P_2) \, H^{\mu\nu}_{2PI} \\ &= \frac{\alpha^2}{Q^6} L_{\mu\nu} \, W^{\mu\nu}_{2PI} \end{aligned}$$

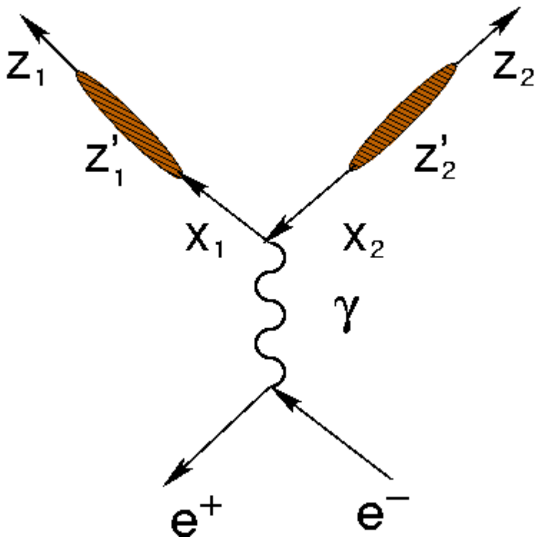
N.B. cross-check $\displaystyle \int \frac{d\mathbf{P}_2}{2E_2} 2E_1 \, 2E_2 \frac{d\sigma}{d\mathbf{P}_1 d\mathbf{P}_2} = 2E_1 \frac{d\sigma}{d\mathbf{P}_1} = \ldots . = \frac{\alpha^2}{Q^6} L_{\mu\nu} \, W^{\mu\nu}_{1PI}$

QPM picture

$$\frac{d\sigma}{dy dz_1 dz_2} = N_c \sum_{f=q,\bar{q}} \int_0^1 dx_1' dx_2' dz_1' dz_2' \frac{d\sigma^{el}}{dx_1' dx_2' dy}(e^+e^- \to q\bar{q}) \times D_f(z_1')\,\delta\left(z_1 - z_1' x_1'\right) D_f(z_2')\,\delta\left(z_2 - z_2' x_2'\right)$$

$$= N_c \sum_f e_f^2 \int_0^1 dx_1' dx_2' dz_1' dz_2' \frac{d\sigma^{el}}{dy}(e^+e^- \to \mu^+\mu^-) \times \delta(1 - x_1')\, D_f(z_1')\,\delta\left(z_1 - z_1' x_1'\right) \times \delta(1 - x_2')\, D_f(z_2')\,\delta\left(z_2 - z_2' x_2'\right)$$

$$= N_c \frac{\pi\alpha^2}{Q^2}(1 + \cos^2\theta) \sum_{f=q,\bar{q}} e_f^2\, D_f(z_1)\, D_f(z_2)$$



N.B. cross-check $D_f(z_2) = \delta(1 - z_2)$ secondo adrone ≡ jet adronico

$$\int dz_2 \, \frac{d\sigma}{dy dz_1 dz_2}\Big|_{D_f(z_2)=\delta(1-z_2)} = \frac{d\sigma}{dy dz} = N_c \, \frac{\pi\alpha^2}{Q^2} \, (1+\cos^2\theta) \, \sum_f e_f^2 \, D_f(z)$$

e^+e^- semi-inclusivo

Adesso $D_f(z_1) = \delta(1 - z_1)$ anche primo adrone ≡ jet adronico

$$\int dz \, \frac{d\sigma}{dy dz}\Big|_{D_f(z)=\delta(1-z)} = \frac{d\sigma^{jet}}{dy} = N_c \, \frac{\pi\alpha^2}{Q^2} \, (1+\cos^2\theta) \, \sum_f e_f^2$$

distribuzione angolare di tutti gli adroni
nello stato finale
=
sezione d'urto di jet

$$\frac{d\sigma^{el}}{dy}(e^+e^- \to q\bar{q}) \quad = \frac{\pi\alpha^2}{Q^2}\underline{(1+\cos^2\theta)}\, e_f^2$$

$$\frac{d\sigma}{dydz}(e^+e^- \to hX) \quad = N_c \frac{\pi\alpha^2}{Q^2}\underline{(1+\cos^2\theta)} \sum_f e_f^2\, D_f(z)$$

$$\frac{d\sigma}{dy}(e^+e^- \to \text{jets}) \quad = N_c \frac{\pi\alpha^2}{Q^2}\underline{(1+\cos^2\theta)} \sum_f e_f^2$$

gli adroni sono "frammenti" dei partoni a spin ½ del processo elementare

eventi a molti adroni = gruppi di adroni con p_T limitato rispetto ad un certo asse

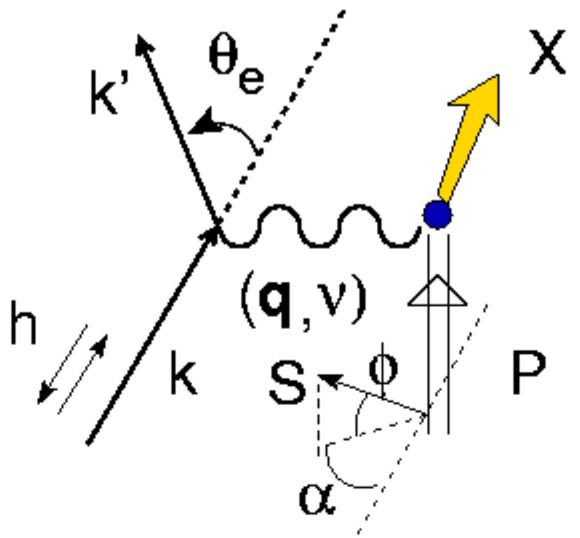
dato asse θ, sfericità $S = \dfrac{3\sum_i \mathbf{p}_{Ti}^2}{2\sum_i \mathbf{p}_i^2}$ $S = 1$ sfera, $S = 0$ jet $\qquad S \xrightarrow{s\to\infty} 0$

adrone in stato finale con $0 \le z \le 1$ si muove in un jet che rappresenta la direzione θ del quark di frammentazione rispetto all'asse z

la direzione del jet è data da processo elementare di QED !

Wu, Phys. Rep. **C107** 59 (84)

DIS inclusivo polarizzato



se S=0 → violazione della parità
processo debole → corrente *V-A* → $W^{\mu\nu}_A$

se S ≠ 0 → 2 4-vettori P,q e
1 4-pseudovettore S indipendenti
struttura del tensore adronico più ricca

si sceglie S^μ tale che $S^2 = -1$ e $S \cdot P = 0$

$$S^\mu = \frac{S \cdot q}{P \cdot q}\left(P^\mu - \frac{M^2}{P \cdot q} q^\mu\right) + S_\perp^\mu = \frac{\lambda}{M}\left(P^\mu - \frac{M^2}{P \cdot q} q^\mu\right) + S_\perp^\mu$$

elicità

$$\lambda = M \frac{S \cdot q}{P \cdot q}$$

$$S \cdot P = 0 \rightarrow S_\perp \cdot P = 0$$

$$S^2 \sim -(\lambda^2 + \mathbf{S}_\perp^2) = -1$$

Tensore adronico

S = ½ → $W^{\mu\nu}$ è al più lineare in S, perchè è matrice 2x2 in spazio di spin

⇒ espansione sulla base delle matrici σ di Dirac

$$W^{\mu\nu} = \sum_{\alpha\alpha'} W^{\mu\nu}_{\alpha\alpha'} \rho_{\alpha\alpha'} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\alpha'} W^{\mu\nu}_{\alpha\alpha'} (1 + \mathbf{P} \cdot \sigma)_{\alpha\alpha'}$$

matrice densità di spin del target

vettore di polarizzazione

$$P_i = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} = < \sigma_i > = \mathrm{Tr}(\rho \sigma_i)$$

- S^μ coplanar with scattering plane → $\phi = 0$
- hermiticity del tensore
- invarianza per trasformazioni di parità
- invarianza per trasformazioni di time-reversal
- conservazione della corrente

DIS polarizzato: tensore adronico

$W^{\mu\nu} = W^{\mu\nu}_S + W^{\mu\nu}_A$

$$W_S^{\mu\nu} = \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}\right) W_1 + \frac{\tilde{P}^\mu \tilde{P}^\nu}{M^2} W_2$$

$$\tilde{P}^\mu = P^\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q^\mu$$

$$W_A^{\mu\nu} = \frac{i}{M^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho \left[A_1 S_\sigma + A_2 P_\sigma\right]$$

scalare　　pseudoscalare

$$\begin{aligned} W_A^{\mu\nu} &= \frac{i}{M^2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho S_\sigma \left[\underline{G_1(\nu, Q^2)} + \frac{P \cdot q}{M^2} \underline{G_2(\nu, Q^2)}\right] \\ &\quad - \frac{i}{M^2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho P_\sigma \frac{S \cdot q}{M^2} G_2(\nu, Q^2) \\ &= i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho P_\sigma \lambda \frac{G_1(\nu, Q^2)}{M^3} \\ &\quad + i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho S_{\perp\sigma} \frac{1}{M^2} \left[G_1(\nu, Q^2) + \frac{P \cdot q}{M^2} G_2(\nu, Q^2)\right] \end{aligned}$$

Ampiezza di scattering

leptone polarizzato con elicità h=±

tensore leptonico : $L_{\mu\nu} = L_{\mu\nu}{}^{S} \pm L_{\mu\nu}{}^{A}$

$$\begin{aligned} L^S_{\mu\nu} &= 2k_\mu k'_\nu + 2k_\nu k'_\mu - 2k\cdot k' g_{\mu\nu} \\ L^A_{\mu\nu} &= h2i\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}k^\rho q^\sigma \end{aligned}$$

$L_{\mu\nu}{}^{S}\ W^{\mu\nu}{}_{S} \rightarrow$

$$\frac{d\sigma^0}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha^2}{Q^4}E'^2\left(2\sin^2\frac{\theta_e}{2}W_1 + \cos^2\frac{\theta_e}{2}W_2\right)$$

$L_{\mu\nu}{}^{A}\ W^{\mu\nu}{}_{A} \leftarrow$

$$\begin{aligned} L^A_{\mu\nu} i\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}q_\rho S_\sigma &= 8EE'\sin^2\frac{\theta_e}{2}S\cdot(k+k') \\ L^A_{\mu\nu}(-i)\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}q_\rho P_\sigma &= -8EE'\sin^2\frac{\theta_e}{2}P\cdot(k+k') \end{aligned}$$

$$L^A_{\mu\nu}W^{\mu\nu}_A = \frac{8EE'}{M^2}\sin^2\frac{\theta_e}{2}\left[\left(G_1 + \frac{P\cdot q}{M^2}G_2\right)S\cdot(k+k') - \frac{S\cdot q}{M^2}G_2 P\cdot(k+k')\right]$$

Sezione d' urto

$$\begin{cases} k &= (E, 0, 0, E) \\ k' &= (E', E' \sin\theta_e, 0, E' \cos\theta_e) \\ \hat{S} &= (0, \sin\alpha\cos\phi, \sin\alpha\sin\phi, \cos\alpha) \end{cases}$$

coplanar → $\phi = 0$

$$\begin{aligned} S\cdot(k+k') &= -E'(\cos\theta_e\cos\alpha + \sin\theta_e\sin\alpha) - E\cos\alpha \\ P\cdot(k+k') &= M(E+E') \\ S\cdot q &= E'(\cos\theta_e\cos\alpha + \sin\theta_e\sin\alpha) - E\cos\alpha \end{aligned}$$

$$\frac{d\Delta\sigma^h}{dE'd\Omega} = -h\,\frac{2\alpha^2}{Q^2}\frac{1}{M^2}\frac{E'}{E}\left\{\underline{\cos\alpha}\left[(E+E'\cos\theta_e)\,G_1 - \frac{Q^2}{M}G_2\right] + E'\sin\theta_e\,\underline{\sin\alpha}\,(G_1 + \frac{2E}{M}G_2)\right\}$$

$\alpha = 0$ ⇔ S || k $\qquad$ $\alpha = \pi/2$ ⇔ S ⊥ k