Riassunto della lezione precedente

- Semi-Inclusive DIS (SIDIS) : formalismo e interpretazione in QPM
  ipotesi fattorizzazione → universalità delle funzioni partoniche

- e^+e^- semi-inclusivo in due adroni : formalismo e interpretazione in QPM
  sezione d'urto di jet ; distribuzione angolare e asse del jet

- DIS polarizzato : proprietà generali di S^μ;
  tensore adronico e struttura antisimmetrica;
  due nuove funzioni di struttura;
  ampiezza di scattering e funzioni di struttura polarizzate;
  sezione d'urto e strategia di estrazione delle funz. struttura

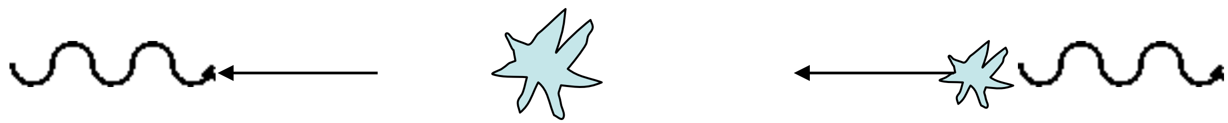
Sezione d'urto (continua)

$$\frac{d\sigma^o}{dE'\,d\Omega},\ \frac{d\Delta\sigma^{h\pm}}{dE'\,d\Omega} \Longrightarrow F_1,\ F_2,\ G_1,\ G_2$$

perchè 4 funzioni di struttura F_1, F_2, G_1, G_2 ?

sezione d'urto totale per assorbimento di γ^* : σ_{tot} (γ^* N)
teorema ottico : σ_{tot} (γ^* N) $\propto$ Im [f(θ_e=0) Compton]

$f(\theta_e = 0, \vec{q}, \vec{N})$



±1 , 0 ±1/2 ±1/2 ±1 , 0

iniziale intermedio finale

1	+1	+1/2	+3/2	+1	+1/2
2	+1	-1/2	+1/2	+1	-1/2
3	+1	-1/2	+1/2	0	+1/2
4	0	+1/2	+1/2	+1	-1/2
5	0	+1/2	+1/2	0	+1/2

legati da time-reversal
→ 4 strutture indipendenti

Asimmetrie di elicità

riarrangiamento delle 4 combinazioni indipendenti

$$
\begin{array}{rcccccc}
\left[(1,\tfrac{1}{2})\to(1,\tfrac{1}{2})\right] + \left[(1,-\tfrac{1}{2})\to(1,-\tfrac{1}{2})\right] & \equiv & W_T & = & W_1 & = & \sigma^T_{3/2}+\sigma^T_{1/2} \\
(0,\tfrac{1}{2})\to(0,\tfrac{1}{2}) & \equiv & W_L & = & \left(1+\frac{\nu^2}{Q^2}\right)W_2 - W_1 & = & \sigma^L_{1/2} \\
\left[(1,\tfrac{1}{2})\to(1,\tfrac{1}{2})\right] - \left[(1,-\tfrac{1}{2})\to(1,-\tfrac{1}{2})\right] & \equiv & W_{TT} & = & \frac{1}{M^3}\left(-\nu M G_1 + Q^2 G_2\right) & = & \sigma^T_{3/2}-\sigma^T_{1/2} \\
(1,-\tfrac{1}{2})\to(0,\tfrac{1}{2}) & \equiv & W_{LT} & = & \frac{\sqrt{Q^2}}{M^3}\left(M G_1 + \nu G_2\right) & = & \sigma^{LT}_{1/2}
\end{array}
$$

elicità di γ^* $\longrightarrow$ $\sigma^{\lambda_{\gamma^*}}_{J_z}$ $\longleftarrow$ intermedio

asimmetrie per scattering da γ^*

$$
A_1 = \frac{\sigma^T_{1/2}-\sigma^T_{3/2}}{\sigma^T_{1/2}+\sigma^T_{3/2}} = -\frac{W_{TT}}{W_T} = \frac{\nu M G_1 - Q^2 G_2}{M^3 W_1} \qquad 1 \geq |A_1|
$$

$$
A_2 = \frac{W_{LT}}{W_T} = \frac{\sqrt{Q^2}\left(M G_1 + \nu G_2\right)}{M^3 W_1} \qquad R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} \geq |A_2| = \frac{\sigma_{LT}}{\sigma_T}
$$

Accesso sperimentale alle asimmetrie

$S \parallel k \rightarrow \alpha = 0$

misura sperimentale accede a

$$A_\parallel = \frac{d\sigma^{\uparrow\Uparrow} - d\sigma^{\uparrow\Downarrow}}{d\sigma^{\uparrow\Uparrow} + d\sigma^{\uparrow\Downarrow}} = \frac{E - E'\epsilon}{E(1+\epsilon R)} A_1 + \frac{\epsilon Q}{E(1+\epsilon R)} A_2$$

$$A_\perp = \frac{d\sigma^{\uparrow\Leftarrow} - d\sigma^{\uparrow\Rightarrow}}{d\sigma^{\uparrow\Leftarrow} + d\sigma^{\uparrow\Rightarrow}} = \frac{E - E'\epsilon}{E(1+\epsilon R)} \sqrt{2\epsilon(1+\epsilon)}\, A_2 - \frac{\epsilon Q}{E(1+\epsilon R)} \sqrt{\frac{(1+\epsilon)^3}{2\epsilon}}\, A_1$$

$S \perp k \rightarrow \alpha = \pi/2$

polarizz. lineare trasversa di γ^* $\epsilon = \left[1 + 2\frac{\mathrm{q}^2}{Q^2} \tan^2\frac{\theta_e}{2}\right]^{-1}$

$$R = \frac{W_L}{W_T} = \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2}\right)\frac{W_2}{W_1} - 1$$

inversione

$$A_1 = \frac{2(E - E'\epsilon)\, E\,(1+\epsilon R)}{2(E-E'\epsilon)^2 + \epsilon(1+\epsilon)\, Q^2} A_\parallel - \sqrt{\frac{2\epsilon}{1+\epsilon}}\, \frac{QE(1+\epsilon R)}{2(E-E'\epsilon)^2 + \epsilon(1+\epsilon)\, Q^2} A_\perp$$

$$A_2 = \frac{E\,(1+\epsilon R)\, Q\,(1+\epsilon)}{2(E-E'\epsilon)^2 + \epsilon(1+\epsilon)\, Q^2} A_\parallel + \sqrt{\frac{2}{\epsilon(1+\epsilon)}}\, \frac{(E - E'\,\epsilon)\, E(1+\epsilon R)}{2(E-E'\epsilon)^2 + \epsilon(1+\epsilon)\, Q^2} A_\perp$$

misura di Q^2, ε, R, $A_\parallel$, $A_\perp$ $\rightarrow$ A_1, A_2

Limite DIS

$\nu, Q^2 \to \infty$ con x_B fisso; se $Q^2 \sigma_{Jz}^{\lambda}$ scala allora

scaling :

$$MW_1(\nu,Q^2) \to F_1(x_B) \qquad \frac{\nu}{M} G_1(\nu,Q^2) \to \tilde{G}_1(x_B)$$

$$\nu W_2(\nu,Q^2) \to F_2(x_B) \qquad \frac{\nu^2}{M^2} G_2(\nu,Q^2) \to \tilde{G}_2(x_B)$$

(vedi espressioni di A_1 e A_2)

scaling delle asimmetrie di elicità :

$$A_1 = \frac{\nu M G_1(\nu,Q^2) - Q^2 G_2(\nu,Q^2)}{M^3 W_1(\nu,Q^2)} \to \frac{\tilde{G}_1(x_B)}{F_1(x_B)} - \frac{Q^2}{\nu^2} \frac{\tilde{G}_2(x_B)}{F_1(x_B)} \to \frac{\tilde{G}_1(x_B)}{F_1(x_B)}$$

$$A_2 = Q \frac{M G_1(\nu,Q^2) + \nu G_2(\nu,Q^2)}{M^3 W_1(\nu,Q^2)} \to \sqrt{\frac{2Mx_B}{\nu}} \frac{\tilde{G}_1(x_B) + \tilde{G}_2(x_B)}{F_1(x_B)} \to 0$$

QPM picture

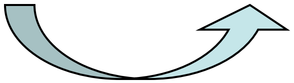
$$\frac{d\Delta\sigma^h}{dx_B\, dy} = \frac{2M\nu\pi}{E'}\,\frac{d\Delta\sigma^h}{dE'\, d\Omega} = \frac{2M\nu\pi}{E'}\, h\, \frac{\alpha^2}{Q^4}\,\frac{E'}{E}\, L^A_{\mu\nu}\, W^{\mu\nu}_A$$

$$= h\,\frac{4\pi\alpha^2}{Q^2}\left[\lambda\,(2-y)\,\tilde{G}_1 - |\mathbf{S}_\perp|\,\sqrt{1-y}\,\frac{Q}{E}\,(\tilde{G}_1+\tilde{G}_2)\right]$$

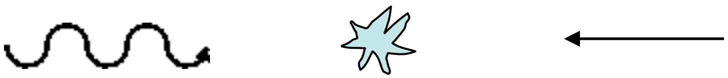
Poi :

- scrivere sez. d’urto elementare per processo $\vec{e}\,\vec{q} \to e'\,q$
- scrivere convoluzione in ipotesi QPM di fattorizzazione
  $\rightarrow$ dedurre funzioni di struttura in termini di
  densità partoniche

oppure

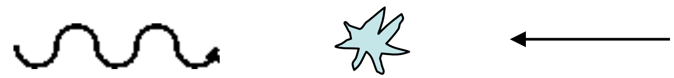


Metodo alternativo



γ^* $+1$ $J_z=3/2$ $\sigma^T_{3/2}$ $+1/2$ $P^{\uparrow}$

-1 $J_z=1/2$ $\sigma^T_{1/2}$ $+1/2$



γ^* ± 1 $J_z=1/2$ $\pm 1/2$ $q^{\uparrow\downarrow}$

perché $L_z = 0$ (processo collineare)
$\rightarrow$ conservazione del momento angolare

quindi $\gamma^{*\uparrow}\, q^{\downarrow} \rightarrow q^{\uparrow}$ $\cancel{\gamma^{*\uparrow}\, q^{\uparrow}}$
$\gamma^{*\downarrow}\, q^{\uparrow} \rightarrow q^{\downarrow}$ $\cancel{\gamma^{*\downarrow}\, q^{\downarrow}}$

$$\left.\begin{array}{l} \sigma^T_{3/2} \leftrightarrow \gamma^{*\uparrow} P^{\uparrow} \propto \sum_f \; e_f^2 \, q_f^{\downarrow} \\ \sigma^T_{1/2} \leftrightarrow \gamma^{*\downarrow} P^{\uparrow} \propto \sum_f \; e_f^2 \, q_f^{\uparrow} \end{array}\right\} \longrightarrow A_1 = \frac{\sigma^T_{1/2} - \sigma^T_{3/2}}{\sigma^T_{1/2} + \sigma^T_{3/2}} = \frac{\sum_{f,\bar{f}} e_f^2 \, (q_f^{\uparrow} - q_f^{\downarrow})}{\sum_{f,\bar{f}} e_f^2 \, (q_f^{\uparrow} + q_f^{\downarrow})}$$

$$= \frac{\tilde{G}_1(x_B)}{F_1(x_B)} \equiv \frac{g_1(x_B)}{f_1(x_B)}$$

distribuzione di elicità $$g_1(x_B) = \frac{1}{2} \sum_{f,\bar{f}} e_f^2 \, [q_f^{\uparrow}(x_B) - q_f^{\downarrow}(x_B)]$$

Distribuzione di polarizzazione trasversa

procedura simile

$$\tilde{G}_1(x_B)+\tilde{G}_2(x_B) \equiv g_1(x_B)+g_2(x_B) = \frac{1}{2Mx_B}\sum_{f,\bar{f}} e_f^2\, m_f\, [q_f^{\rightarrow}(x_B)-q_f^{\leftarrow}(x_B)]$$

risulta $$-\frac{g_1(x)}{x} = \frac{\partial}{\partial x}[g_1(x)+g_2(x)]$$

relazione di Wandzura−Wilczek $$g_2(x) = \int_x^1 \frac{dy}{y} g_1(y) - g_1(x)$$

regola di somma Burkhardt−Cottingham $$\int_0^1 dx g_2(x) = 0$$

e in generale $$\int_0^1 dx\, x^{J-1}\left[\frac{J-1}{J} g_1(x) + g_2(x)\right] = 0$$

Distribuzione di polarizzazione trasversa

se $p_T \neq 0$ $\quad \gamma^{*\uparrow} q^{\uparrow}$, $\gamma^{*\downarrow} q^{\downarrow}$ permesse

ad esempio per 1 flavor solo con $q^{\uparrow}$ in σ_{Jz}^{λ} ($\gamma^* q^{\uparrow}$)

$p_T = 0$

$$A_1 = \frac{\sigma^T_{1/2} - \sigma^T_{3/2}}{\sigma^T_{1/2} + \sigma^T_{3/2}} = \frac{\sum_{f,\bar f} e_f^2 \,(q_f^{\uparrow} - q_f^{\downarrow})}{\sum_{f,\bar f} e_f^2 \,(q_f^{\uparrow} + q_f^{\downarrow})} \sim \frac{q_f^{\uparrow}}{q_f^{\uparrow}} = 1$$

$p_T \neq 0$

$$A_1 = \frac{\sigma^T_{1/2} - \sigma^T_{3/2}}{\sigma^T_{1/2} + \sigma^T_{3/2}} = 1 - \frac{p_T^2}{E(E+m)} \sim 1$$

Distribuzione di elicità e misura dello spin

In generale $g_1(x_B,Q^2)$: dipendenza da Q^2 (= violazione dello scaling)
calcolabile in QCD perturbativa

interesse in $g_1(x_B\,,Q^2)$ è dovuto al fatto che il suo 1º momento di Mellin fornisce informazioni sull'elicità dei quark ed inoltre è calcolabile su reticolo

1º momento di Mellin di g_1

$$\Gamma_1(Q^2) = \int_0^1 dx\, g_1(x,Q^2) = \frac{1}{2}\sum_{f,\bar{f}} e_f^2 \int_0^1 dx\,(q_f^{\uparrow}(x,Q^2) - q_f^{\downarrow}(x,Q^2)) = \frac{1}{2}\sum_{f\bar{f}} e_f^2\, \Delta q_f$$

$$\Delta q_f = \int_0^1 dx\,(q_f^{\uparrow}(x,Q^2) - q_f^{\downarrow}(x,Q^2))$$

exp. $\rightarrow A_{||} \rightarrow A_1\ (A_2 \sim 0) \rightarrow g_1\ (x_B,Q^2) \rightarrow \Gamma_1(Q^2) \rightarrow \Delta q_f$

1 relazione per $f \geq 3$ incognite !

(continua)

in QPM per protone : $\Gamma_1^p = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{9}\Delta u + \frac{1}{9}\Delta d + \frac{1}{9}\Delta s\right)$

QPM : funz. d'onda del q in P↑ "ispirata" a $SU_f(3) \otimes SU(2)$

$$|P^\uparrow\rangle \approx \frac{1}{\sqrt{6}}\left(2u^\uparrow u^\uparrow d^\downarrow - u^\uparrow u^\downarrow d^\uparrow - u^\downarrow u^\uparrow d^\uparrow\right)$$

$\rightarrow \Gamma_1{}^p = 5/18 \sim 0.28$
$\Delta\Sigma = 1$

3 incognite → info da corrente assiale $A_\mu{}^a \sim \gamma_\mu\gamma_5 T^a$ in decadimenti semi-leptonici (ex. β decay) nell' ottetto barionico

Risulta

$$\Gamma_1^p = \int_0^1 dx\, g_1^p(x) \sim \frac{1}{12}\langle A_\mu^3\rangle\left[1 + \frac{5}{3}\frac{\langle A_\mu^8\rangle}{\langle A_\mu^3\rangle}\right] = \frac{1}{12}\left|\frac{g_A}{g_V}\right|_{np}\left[1 + \frac{5}{3}\frac{3F-D}{F+D}\right]$$
$$= 0.17 \pm 0.01$$

$$\Delta\Sigma = 3F - D = 0.60 \pm 0.12$$

da fit a decadimenti semi-leptonici → F= 0.47 ± 0.004 ; D=0.81± 0.003

regola di somma di Ellis-Jaffe (' 73)
(hp.= perfetta simmetria $SU_f(3)$ + $\Delta s = 0$)

correzioni complicate

Esperimento EMC (CERN, '87)

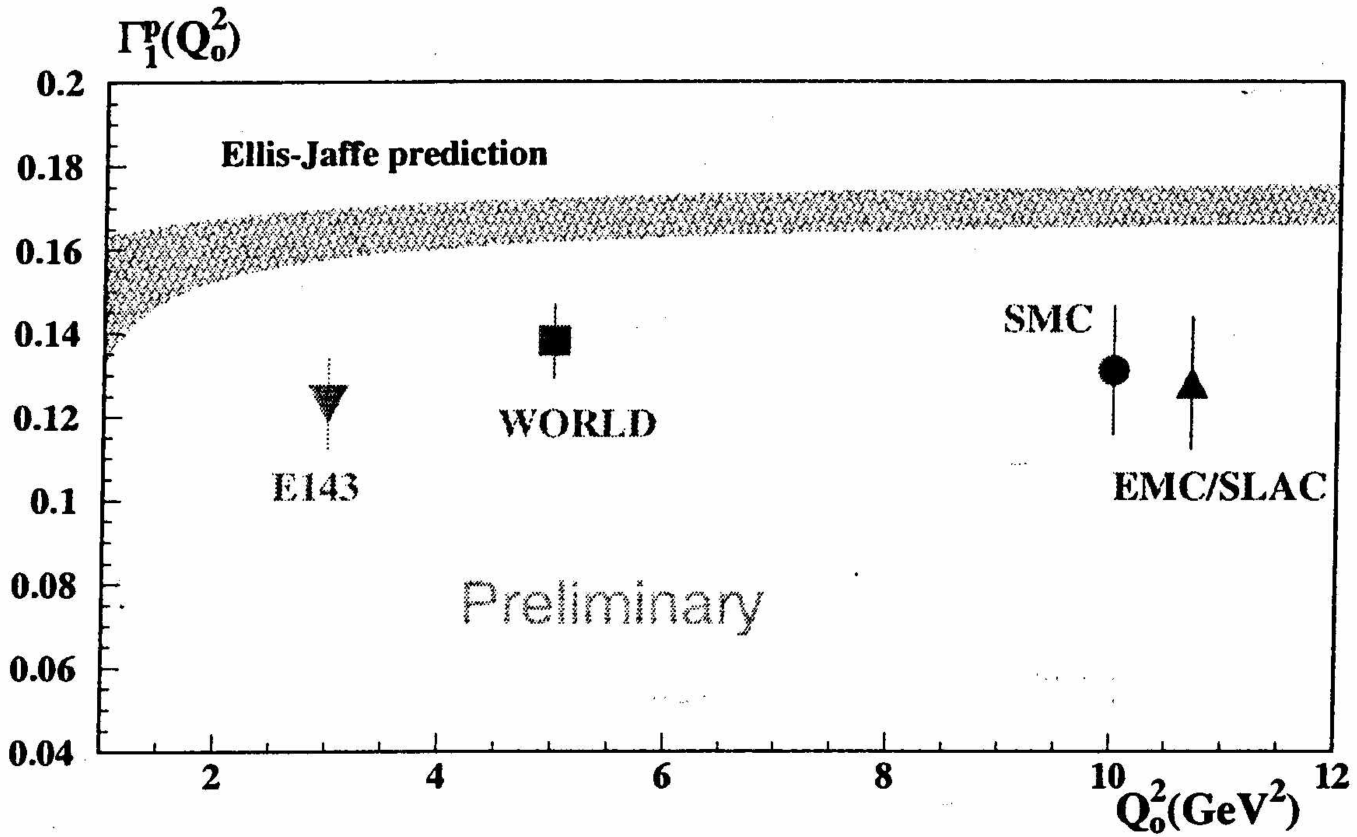
$\mu^{\uparrow}p^{\uparrow} \to \mu p$ at $Q^2 = 10.7$ GeV^2

$$A_{\parallel} = \frac{d\sigma^{\uparrow\uparrow} - d\sigma^{\uparrow\downarrow}}{d\sigma^{\uparrow\uparrow} + d\sigma^{\uparrow\downarrow}} \sim \frac{E - E'\epsilon}{E(1+\epsilon R)} A_1 \sim \frac{E - E'\epsilon}{E(1+\epsilon R)} \frac{g_1(x_B, Q^2)}{F_1(x_B, Q^2)}$$

$$\Gamma_1^p(10.7) = \int_{x_{min}}^{x^{max}} dx\, g_1(x, 10.7)$$
$$= 0.126 \pm 0.010 \pm 0.015$$

$R = \sigma_L/\sigma_T$
da sez. d'urto non polarizzata

confermato da altri esperimenti:
SMC (Cern),
E142 e E143
(SLAC)



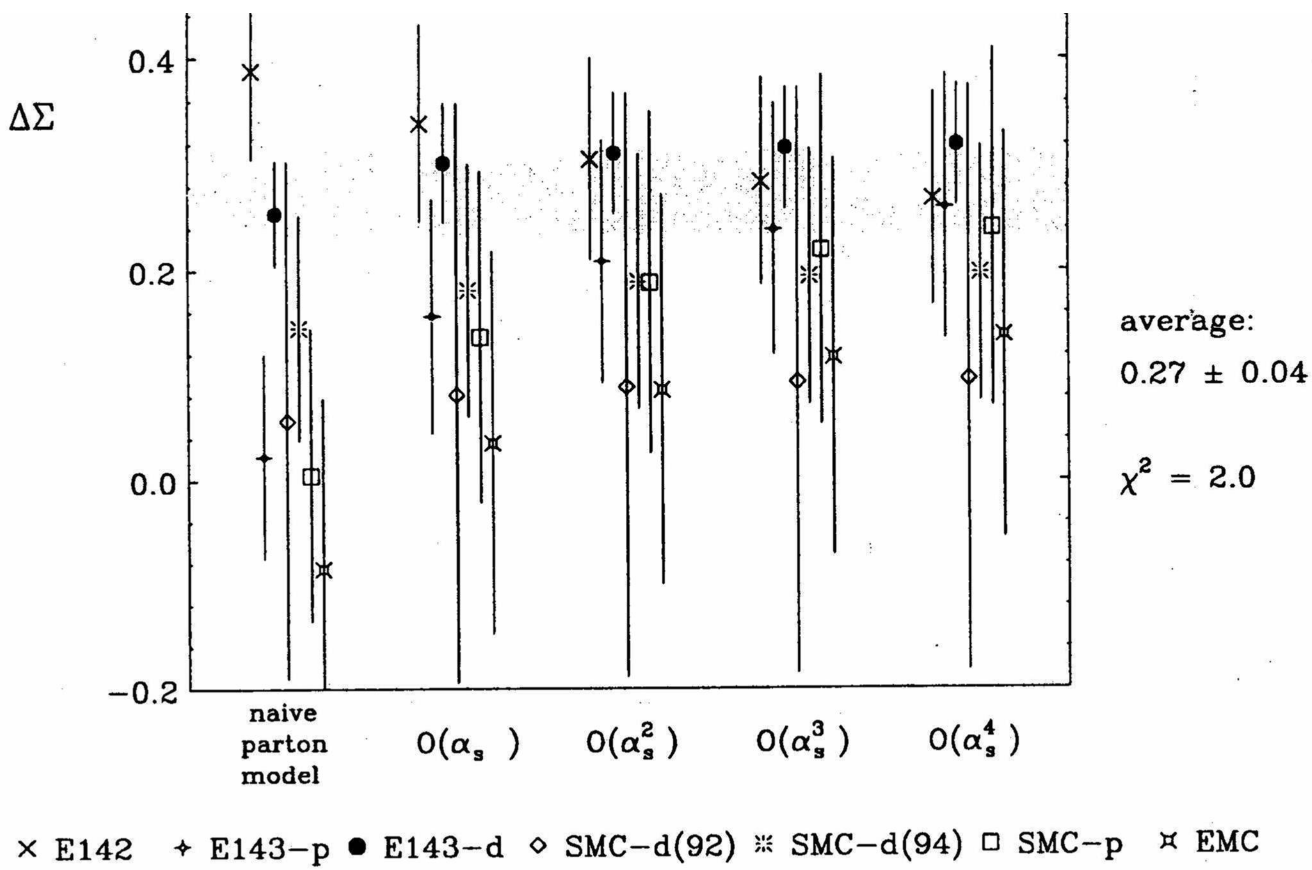
Spin crisis

F,D, $\Gamma_1^p\,(Q^2) \rightarrow \Delta\Sigma\,(Q^2) \rightarrow \Delta u, \Delta d, \Delta s$

Q^2 = 10.7 GeV^2
$\Delta\Sigma$ = 0.13 ± 0.19

Δu = 0.78 ± 0.10
Δd = 0.50 ± 0.10
Δs = -0.20 ± 0.11

polarizzazione negativa del mare



Q^2 = 3 GeV^2
$\Delta\Sigma$ = 0.27 ± 0.04

(spin crisis continua)

QPM | Ellis – Jaffe sum rule | exp.

$SU_f(3)$ + $\Delta s = 0$

$Q^2 = 10.7\ \mathrm{GeV}^2$

$\Gamma_1^p \sim 0.28$

$\Delta\Sigma = 1$

$\Gamma_1^p = 0.17 \pm 0.01$

$\Delta\Sigma = 0.60 \pm 0.12$

$\Gamma_1^p = 0.126 \pm 0.010 \pm 0.015$

$\Delta\Sigma = 0.13 \pm 0.19$

$Q^2 = 3\ \mathrm{GeV}^2$

discrepanza > 2σ

$\Delta\Sigma = 0.27 \pm 0.04$

violazione di $SU_f(3)$

estrapolazione $g_1(x)$ per $x \to 0$

anomalia assiale $\partial^\mu A_\mu^0 = \frac{n_f \alpha_s}{2\pi}\, \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\, F_{\mu\nu}\, F_{\rho\sigma}$

$\to$ contributo di gluoni

$$\Delta q = \Delta q' - \frac{\alpha_s}{2\pi}\Delta g$$

nessuna ipotesi spiega quantitativamente la discrepanza osservata

Regole di somma

Gerasimov-Drell-Hearn sum rule

test di $g_1(x)$ attraverso assorbimento di γ pol. su N pol.

ampiezza Compton per $\theta = 0$ $\quad T(\nu) = 4\pi \left[\vec{\epsilon}_f^{\,*} \cdot \vec{\epsilon}_i \, f(\nu) + \hat{z} \cdot \vec{\epsilon}_f^{\,*} \times \vec{\epsilon}_i \, g(\nu)\right]$

polarizzazione del γ no spin flip   spin flip

causalità T(t)=0 per t < 0 , relazione di dispersione tra Re [*T*] e Im [*T*]

simmetria di crossing $T^*(-\nu^*, i \leftrightarrow f) = T(\nu) \rightarrow f^*(-\nu^*)=f(\nu)$, $g^*(-\nu^*) = -g(\nu)$

unitarietà teorema ottico

$$4\pi \mathrm{Im}\,[f(\nu)] = \nu\,\sigma_{tot} = \frac{\nu}{2}\left(\sigma_{1/2} + \sigma_{3/2}\right)$$

$$4\pi \mathrm{Im}\,[g(\nu)] = \nu\,\Delta\sigma_{tot} = \frac{\nu}{2}\left(\sigma_{1/2} - \sigma_{3/2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad 4\pi f(\nu) = \frac{2}{\pi}\int_{\nu_0}^{\infty} d\nu' \, \frac{\nu'^2\,\sigma_{tot}(\nu')}{\nu'^2 - \nu^2}$$

$$4\pi g(\nu) = \frac{2\nu}{\pi}\int_{\nu_0}^{\infty} d\nu' \, \frac{\nu'\,\Delta\sigma_{tot}(\nu')}{\nu'^2 - \nu^2}$$

GDH (continua)

Lorentz- + gauge-invariance
(Low-Energy Theorems)

Thompson scattering

polarizzabilità elettrica e magnetica

$$f(\nu) = -\frac{\alpha}{M} + (\alpha_E + \beta_M)\,\nu^2 + o(\nu^4)$$
$$g(\nu) = -\frac{\alpha\kappa^2}{2M^2}\nu + \gamma\,\nu^3 + o(\nu^5)$$

momento magnetico anomalo

$$\boxed{\int_{\nu_0}^{\infty} d\nu\,\frac{\sigma_{1/2} - \sigma_{3/2}}{\nu} = -\frac{2\pi^2\alpha}{M^2}\,\kappa^2}$$

momento magnetico anomalo legato a specifica struttura di spin nell' assorbimento del fotone

Ellis-Jaffe sum rule contenuta in GDH sum rule :

$$\Gamma_1^p(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \to 0} \frac{M\nu_0}{8\pi^2\alpha}\int_{\nu_0}^{\infty} d\nu\,\frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\nu} = -\frac{\nu_0}{M}\frac{\kappa^2}{4} = \frac{\nu_0}{M}\,I(0)$$

ν_0 soglia di produzione di π

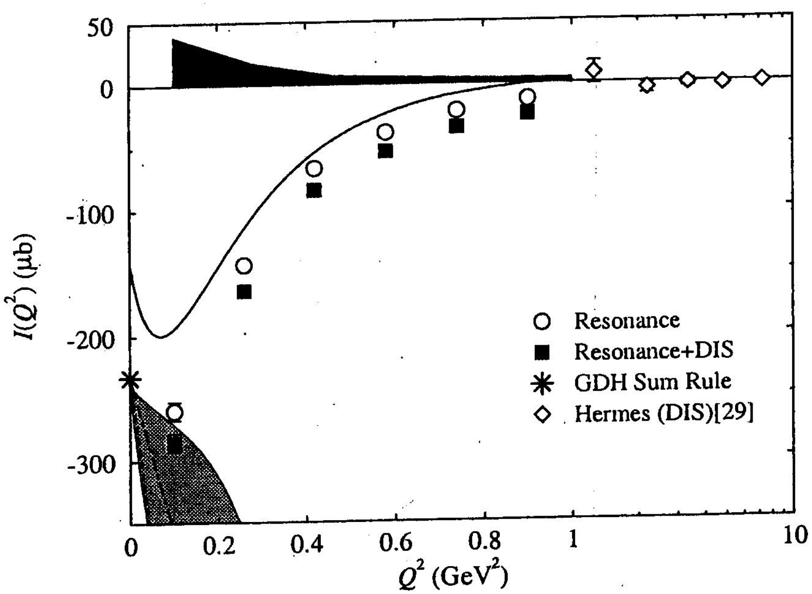
GDH (continua)

$$I(0) = \frac{M^2}{8\pi^2\alpha}\int_{\nu_0}^{\infty}\frac{d\nu}{\nu}\,(\sigma^T_{1/2} - \sigma^T_{3/2})$$

generalizzazione $\forall$ Q^2
(non univoca)

$$I(Q^2) = \frac{M^2}{8\pi^2\alpha}\int_{\nu_0}^{\infty} d\nu\,\frac{1 - x_B}{\nu}\,(\sigma^T_{1/2} - \sigma^T_{3/2})$$

$$-\frac{\kappa^2}{4} \xleftarrow{Q^2 \to 0} \qquad\qquad \xrightarrow{Q^2 \to \infty} \frac{2M^2}{Q^2}\,\Gamma_1^p(Q^2)$$



Bjorken sum rule polarizzata

$$\int_0^1 dx\,[g_1^p(x) - g_1^n(x)] = \frac{1}{6}\frac{G_A}{G_V}\left(1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} + \dots\right)$$

assiale

vettoriale

da accoppiamenti deboli in decadimento β del N

correzioni pQCD

QPM: funz. d'onda del q in P secondo $SU_f(3) \otimes SU(2)$

$$A_1^p = \frac{\sum_f e_f^2 (q_f^\uparrow - q_f^\downarrow)}{\sum_f e_f^2 (q_f^\uparrow + q_f^\downarrow)}$$

$$A_1^n = \text{stesso con } u \leftrightarrow d = 0$$

$$\int_0^1 dx\,(g_1^p - g_1^n) = \int_0^1 dx\,(A_1^p F_1^p - A_1^n F_1^n) = \frac{5}{18}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{G_A}{G_V} \overset{\text{QPM}}{=} \frac{5}{3} \leftrightarrow 1.6667 \pm 0.003}$$

exp. 1.267 ± 0.004

Sum rule :

QPM	+ pQCD	exp.
0.27778	0.191 ± 0.002	0.209 ± 0.003