Slide 12 - 1

La struttura delle singolarità dei coefficienti C può essere dedotta dall'analisi dimensionale (in termini di lunghezze)

$$\begin{aligned} \Big[C_{\mu\nu\,\{\alpha\}}\Big] &= 2\Big[J^\mu\Big] - n_\alpha + d_{\hat{O}} \\ &= -6 - n_\alpha + d_{\hat{O}} \ , \end{aligned} \tag{1}$$

dove $d_{\hat{O}}$ è la dimensione canonica di $\hat{O}$ in unità di energia, e dove

$$\int dx\, J^0 = e \ \Rightarrow \quad \Big[J^\mu\Big] = -3 \ . \tag{2}$$

Quindi alla fine abbiamo che

$$C_{\mu\nu\,\{\alpha\}}(x) \sim \frac{1}{x^{6+n_\alpha - d_{\hat{O}}}}\, g_{\mu\nu} \ . \tag{3}$$

Slide 12 - 2

$$W^{\mu\nu} \simeq \int d^4x\, e^{iq\cdot x} \sum_{\{\alpha\}\, n_\alpha} C^{\mu\nu}_{\{\alpha\}}(x)\, x^{\mu_1} \dots x^{\mu_{n_\alpha}} \, \langle P|\hat{O}_{\mu_1 \dots \mu_{n_\alpha}}(0)|P\rangle \tag{4}$$

Ora l'operatore locale con n_α indici è del tipo

$$\hat{O}_{\mu_1 \dots \mu_{n_\alpha}} \propto \partial_{\mu_1} \dots \partial_{\mu_{n_\alpha}} \bar{\psi}(x)\Big|_{x=0} \gamma\, \psi(0) \ , \tag{5}$$

quindi il suo elemento di matrice su stati $|P\rangle$ non potrà che essere del tipo

$$\langle P|\hat{O}_{\mu_1 \dots \mu_{n_\alpha}}|P\rangle = a(M^2)\, P_{\mu_1} \dots P_{\mu_{n_\alpha}} \ , \tag{6}$$

dove il coefficiente $a(M^2)$ è funzione di tutti i possibili invarianti che si possono creare con P, cioè M^2.

Per dedurre le dimensioni di $a(M^2)$ supponiamo che $\Big[a(M^2)\Big] = M^X$, e deduciamo X dall'analisi dimensionale dell'Eq. (4). Siccome il tensore $W^{\mu\nu}$ non ha dimensioni, abbiamo:

$$0 = 4 \, + \, (-6 - n_\alpha + d_{\hat{O}}) \, + n_\alpha - n_\alpha - X \ , \tag{7}$$

cioè $X = d_{\hat{O}} - n_\alpha - 2$.