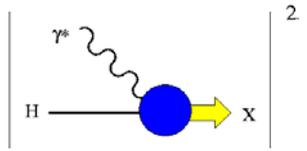


# Riassunto della lezione precedente

- effetto Collins = prodotto di due incognite; universalita` necessaria per estrarre info su funz. di Collins da corrispondente  $e^+e^-$
- color-gauge invariance dei correlatori bilocali  $\rightarrow$  operatore di gauge link  
 $\rightarrow$  funzioni T-odd permesse anche nello stato iniziale  
 $\rightarrow$  struttura piu` ricca al leading twist  $\rightarrow$  diverse sorgenti di SSA
- necessita` di comparare diversi processi fondamentali (supponendo universalita`) per estrarre funzioni responsabili di diversi effetti “esotici”:
  - $ep^\uparrow \rightarrow e'\pi X$ ,  $pp^\uparrow \rightarrow \pi X \Rightarrow$  effetto Collins, effetto Sivers
  - $p^{(\uparrow)}p^{(\uparrow)} \rightarrow l^+l^- X \Rightarrow$  “ “ “ “ + violazione della regola di somma di Lam-Tung
- problema della dipendenza esplicita da momento trasverso intrinseco dei partoni (no teoremi di fattorizzazione)  $\rightarrow$  funzioni di frammentazione di interferenza (per due adroni)
- legame tra nuove distribuzioni  $p_T$ -dependent e nuova classe: le GPD

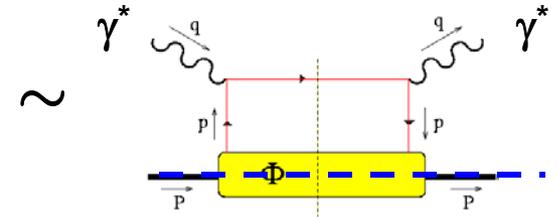
# Generalized Parton Distributions (GPD)

DIS inclusivo **teorema ottico** forward Compton



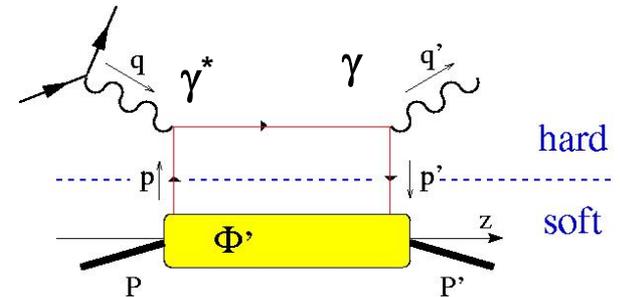
$$\sim \text{Im} \left\{ \begin{array}{c} \gamma^* \quad q \\ \text{H} \quad \text{P} \quad \text{P} \quad \text{H} \\ \gamma^* \quad q \end{array} \right\} \quad Q^2 \rightarrow \infty \\ x_B \text{ fisso}$$

dominante



nonforward Compton

$$\begin{array}{c} \gamma^* \quad q \\ \text{H} \quad \text{P} \quad \text{P}' \quad \text{H}' \\ \gamma \quad q' \end{array} \quad Q^2 \rightarrow \infty \\ x_B \text{ fisso} \\ t = (P-P')^2 \text{ piccolo}$$

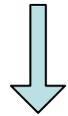


**Deeply Virtual Compton Scatt. (DVCS)**

**teorema fattorizzazione a twist 2  $\forall \alpha_S$**

(Collins e Freund, P.R.D59 ('99) 074009)

PDF  $\Phi(p, P, S) = \int \frac{d^4 z}{(2\pi)^4} e^{ip \cdot z} \langle PS | \bar{\psi}(0) \psi(z) | PS \rangle$



GPD  $\Phi'(\bar{p}, P, P', S', S) = \int \frac{d^4 z}{(2\pi)^4} e^{i\bar{p} \cdot z} \langle P' S' | \bar{\psi} \left( -\frac{z}{2} \right) \psi \left( \frac{z}{2} \right) | PS \rangle$

$$\bar{p} = \frac{p + p'}{2}$$

(Ji, Phys. Rev. D55 ('97) 7114)

(Diehl, Phys. Rept. 388 (2003) 41) 2

# Cinematica del DVCS

$$\bar{P} = \frac{P + P'}{2} = (\bar{P}^0, 0, 0, \bar{P}^z) = (\bar{P}^+, \bar{P}^-, 0_\perp)$$

skewness  $\xi = \frac{(P - P')^+}{(P + P')^+}$

$$P = \left( (1 + \xi)\bar{P}^+, \frac{M^2 + \Delta_\perp^2/4}{2(1 + \xi)\bar{P}^+}, -\frac{\Delta_\perp}{2} \right)$$

$$P' = \left( (1 - \xi)\bar{P}^+, \frac{M^2 + \Delta_\perp^2/4}{2(1 - \xi)\bar{P}^+}, +\frac{\Delta_\perp}{2} \right)$$

$$\Delta = P' - P = \left( -2\xi\bar{P}^+, \frac{\xi(M^2 + \Delta_\perp^2/4)}{(1 - \xi^2)\bar{P}^+}, \Delta_\perp \right)$$



$$t = \Delta^2 = -\frac{4\xi^2 M^2 + \Delta_\perp^2}{1 - \xi^2}$$

dato  $t \rightarrow \max \xi_t \geq -\frac{4\xi_t^2 M^2}{1 - \xi_t^2}$

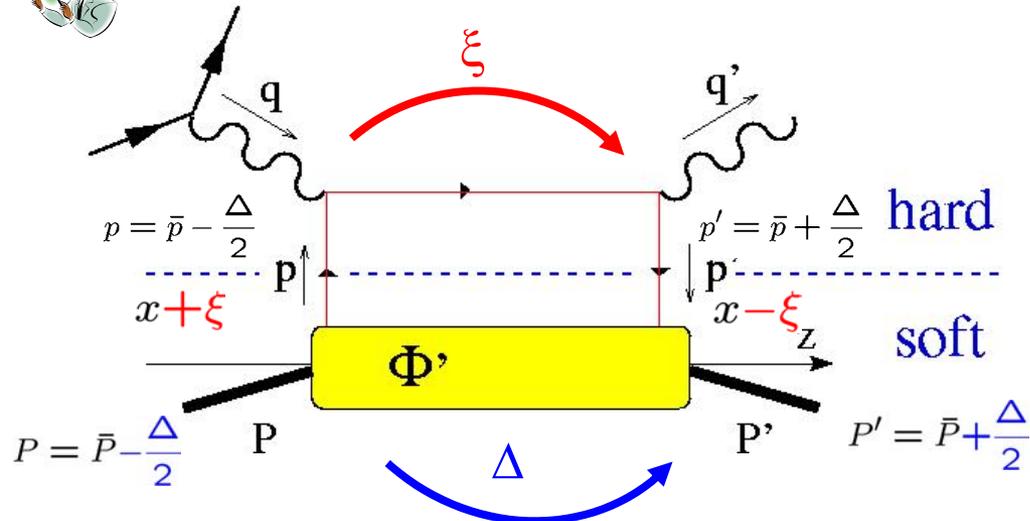
$$\bar{p} = \frac{p + p'}{2} \quad x = \frac{\bar{p}^+}{\bar{P}^+}$$

$$\frac{p^+}{\bar{P}^+} = x + \xi$$

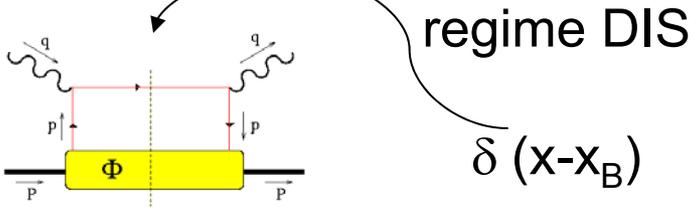
$$\frac{p'^+}{\bar{P}^+} = x - \xi$$



cambio di momento longitudinale

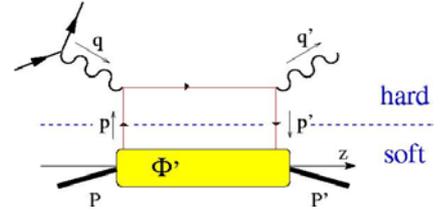


(continua)



regime DVCS

$$\begin{aligned}
 q^+ &= P'^+ - P^+ \\
 &= \Delta^+ \equiv -2\xi \bar{P}^+ \\
 -2\xi &= \frac{q^+}{\bar{P}^+} \rightarrow \frac{q^+}{P^+} \\
 &= \frac{2q^+ q^-}{2P^+ q^-} \sim -\frac{Q^2}{2P \cdot q} = -x_B
 \end{aligned}$$



- interpretazione intuitiva sul contenuto partonico delle GPD al leading twist

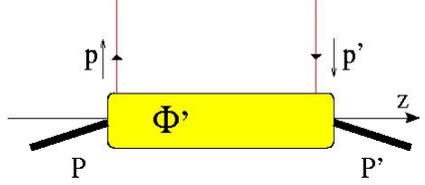


PDF  $\bar{q}(x) = -q(-x)$   $q(x)$



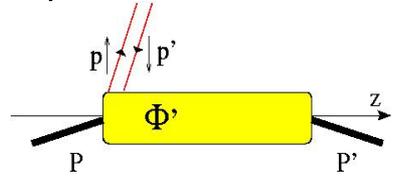
$1 \geq \xi \geq 0$

$$\begin{aligned}
 \frac{p^+}{\bar{P}^+} &= x + \xi < 0 \\
 \frac{p'^+}{\bar{P}^+} &= x - \xi < 0
 \end{aligned}$$



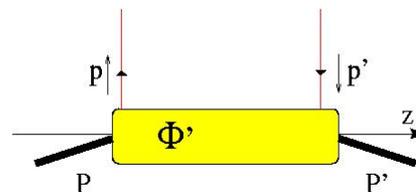
GPD di antiquark

$$\begin{aligned}
 \frac{p^+}{\bar{P}^+} &= x + \xi > 0 \\
 \frac{p'^+}{\bar{P}^+} &= x - \xi < 0
 \end{aligned}$$



GPD  $q\bar{q}$

$$\begin{aligned}
 \frac{p^+}{\bar{P}^+} &= x + \xi > 0 \\
 \frac{p'^+}{\bar{P}^+} &= x - \xi > 0
 \end{aligned}$$



GPD di quark

# Analisi in twist del correlatore non diagonale

estrazione del contributo al leading twist procede come per PDF:

- decomposizione di  $\Phi'$  in termini di strutture di Dirac e 4-vettori (P,P',S,S'..)
- proiezione delle componenti LC "good" con operatori  $\gamma^+$ ,  $\gamma^+\gamma_5$ ,  $i\sigma^{i+}\gamma_5$  integrando su direzione "-" soppressa



$$\begin{aligned} \Phi'[\gamma^+] &= \int \frac{dz^-}{2\pi} e^{ix\bar{P}^+z^-} \langle P'S' | \bar{\psi} \left( -\frac{z^-}{2} \right) \gamma^+ \psi \left( \frac{z^-}{2} \right) | PS \rangle \Big|_{z^+=z_\perp=0} \\ &= \frac{1}{\bar{P}^+} \bar{u}(P'S') \left\{ \gamma^+ H(x, \xi, t) + \frac{i\sigma^{+\nu} \Delta_\nu}{2M} E(x, \xi, t) \right\} u(PS) \end{aligned}$$

unpolarized  
helicity non flip

$$\begin{aligned} \Phi'[\gamma^+\gamma_5] &= \int \frac{dz^-}{2\pi} e^{ix\bar{P}^+z^-} \langle P'S' | \bar{\psi} \left( -\frac{z^-}{2} \right) \gamma^+\gamma_5 \psi \left( \frac{z^-}{2} \right) | PS \rangle \Big|_{z^+=z_\perp=0} \\ &= \frac{1}{\bar{P}^+} \bar{u}(P'S') \left\{ \gamma^+\gamma_5 \tilde{H}(x, \xi, t) + \frac{\gamma_5 \Delta^+}{2M} \tilde{E}(x, \xi, t) \right\} u(PS) \end{aligned}$$

polarized  
helicity non flip

$$\begin{aligned} \Phi'[i\sigma^{i+}\gamma_5] &= \int \frac{dz^-}{2\pi} e^{ix\bar{P}^+z^-} \langle P'S' | \bar{\psi} \left( -\frac{z^-}{2} \right) i\sigma^{i+}\gamma_5 \psi \left( \frac{z^-}{2} \right) | PS \rangle \Big|_{z^+=z_\perp=0} \\ &= \frac{i}{\bar{P}^+} \bar{u}(P'S') \left\{ \sigma^{i+}\gamma_5 H_T(x, \xi, t) + \frac{\epsilon^{i+\alpha\beta} \Delta_\alpha \bar{P}_\beta}{M^2} \tilde{H}_T(x, \xi, t) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\epsilon^{i+\alpha\beta} \Delta_\alpha \gamma_\beta}{2M} E_T(x, \xi, t) + \frac{\epsilon^{i+\alpha\beta} \bar{P}_\alpha \gamma_\beta}{M} \tilde{E}_T(x, \xi, t) \right\} u(PS) \end{aligned}$$

helicity flip

# Osservazioni :

- $S' \neq S$  : correlatore non diagonale nello spin  $\rightarrow$  helicity flip del N possibile  
 $\lambda_N \rightarrow x^2 \rightarrow$  n. raddoppia (quadruplica) per GPD che conservano (cambiano)  
 $\lambda_N \otimes \lambda_q \rightarrow x^4$  l'elicità del quark, rispetto al n. di PDF corrispondenti
- chiral-even  $E, \tilde{E}$  collegate a cambio di elicità nel N ma non nel quark  
 $\rightarrow$  possibile solo per effetto del momento angolare orbitale dei quark  
 $H_T, \hat{H}_T, E_T, \tilde{E}_T$  sono chiral-odd
- correlatore non diagonale  $\rightarrow$  le GPD non sono densità di probabilità, ma  
 ampiezze di interferenza tra due stati differenti  $\rightarrow$  non c'è immediata  
 interpretazione probabilistica al leading twist  
 (ma è possibile se  $GPD \equiv$  overlap di funzioni d'onda light-cone  $\leftrightarrow$  vedi  
 interpretazione intuitiva di slide 4)
- $P' \neq P$  :  $\Delta$  (e  $\Delta_{\perp}$ )  $\neq 0$  quindi accesso alla dislocazione dei quark nel parametro  
 di impatto  $\mathbf{b}_{\perp}$  sul piano  $\perp$  al momento longitudinale  $x$

$$\Phi' = \int dz dz' e^{ip \cdot z - ip' \cdot z'} \dots \bar{\psi}(z') \dots \psi(z) \dots \rightarrow e^{i\bar{p} \cdot (z - z') + i\Delta \cdot \frac{z + z'}{2}} \dots$$

PDF,  $\Delta = 0$  per invarianza  
traslazionale

$\Delta \neq 0 \rightarrow b = (z + z')/2$   $\Delta_{\perp} \rightarrow \mathbf{b}_{\perp}$   
localizzazione 2d

# Localizzazione trasversa 2d dei partoni

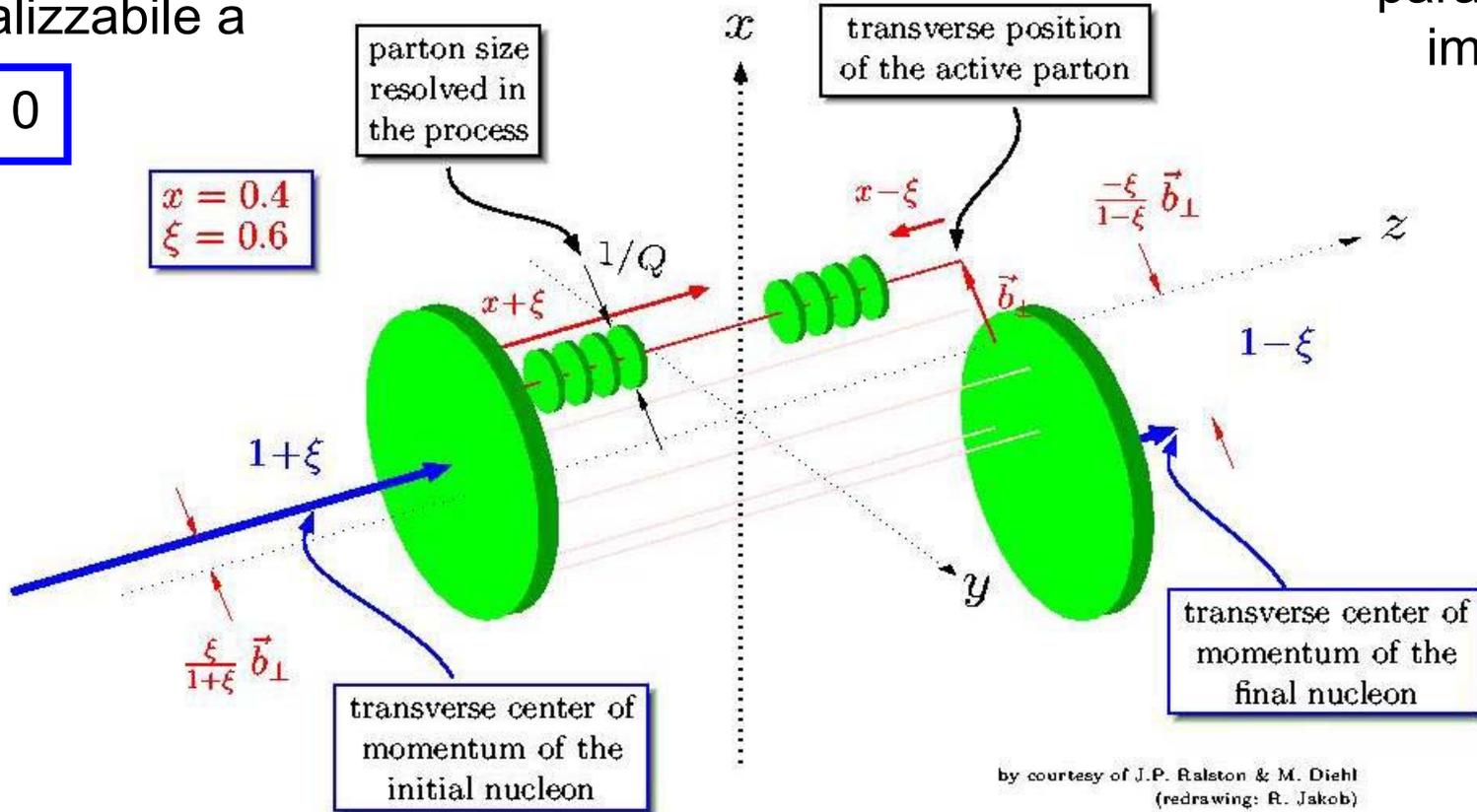
densita` di  
probabilita` nello  
spazio del  
parametro di  
impatto  $\mathbf{b}_\perp$

$$\xi = 0$$

$$H(x, \xi = 0, t = -\Delta_\perp^2) = \int d\mathbf{b}_\perp e^{-i\Delta_\perp \cdot \mathbf{b}_\perp} f_1(x, \mathbf{b}_\perp)$$

generalizzabile a

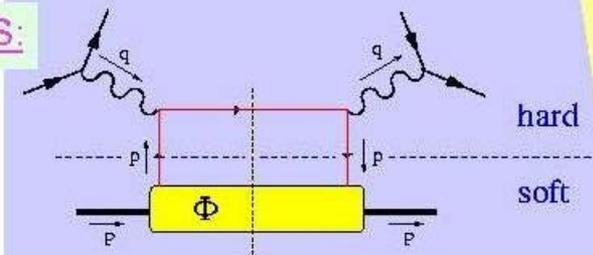
$$\xi \neq 0$$



# comportamento “ibrido” delle GPD

bilocale diagonale

DIS:

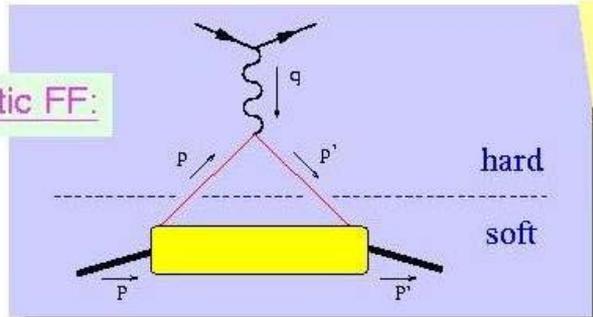


$$P^+ \int \frac{dz^-}{2\pi} e^{ip^+z^-} \langle P, S | \bar{\psi}(\frac{-\bar{z}}{2}) \gamma^+ \psi(\frac{\bar{z}}{2}) | P, S \rangle$$

$$= \bar{u}(P, S) \gamma^+ u(P, S) q(x)$$

locale non diagonale

elastic FF:

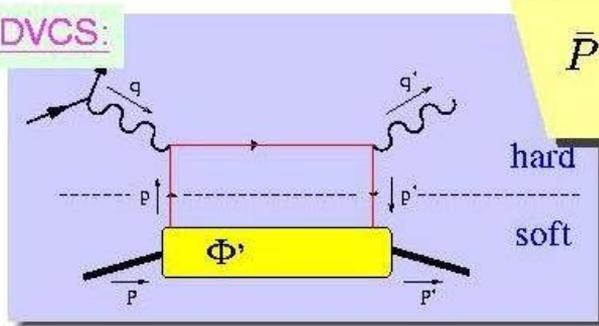


$$\langle P', S' | \bar{\psi}(0) \gamma^+ \psi(0) | P, S \rangle$$

$$= \bar{u}(P', S') \left\{ \gamma^+ F_1(t) + \frac{i\sigma^{+\nu} \Delta_\nu}{2M} F_2(t) \right\} u(P, S)$$

bilocale non diagonale

DVCS:



$$\bar{P}^+ \int \frac{dz^-}{2\pi} e^{ip^+z^-} \langle P', S' | \bar{\psi}(\frac{-\bar{z}}{2}) \gamma^+ \psi(\frac{\bar{z}}{2}) | P, S \rangle$$

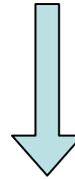
$$= \bar{u}(P', S') \left\{ \gamma^+ H(x, \xi, t) \right.$$

$$\left. + \frac{i\sigma^{+\nu} \Delta_\nu}{2M} E(x, \xi, t) \right\} u(P, S)$$

## Condizioni al contorno per le GPD

$$\Phi'(\bar{p}, P, P', S', S) = \int \frac{d^4 z}{(2\pi)^4} e^{i\bar{p}\cdot z} \langle P' S' | \bar{\psi} \left( -\frac{z}{2} \right) \psi \left( \frac{z}{2} \right) | P S \rangle \quad \text{GPD}$$

$$\left. \begin{array}{l} \xi \rightarrow 0 \\ t \rightarrow 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \Delta \rightarrow 0 \\ P'(p') \rightarrow P(p) \end{array}$$



limite forward

$$\Phi(p, P, S) = \int \frac{d^4 z}{(2\pi)^4} e^{ip\cdot z} \langle PS | \bar{\psi}(0) \psi(z) | PS \rangle \quad \text{PDF}$$

tutte le strutture legate a helicity flip del  $N \rightarrow 0$  ; inoltre

$$H(x, 0, 0) = f_1(x)$$

$$\tilde{H}(x, 0, 0) = g_1(x)$$

$$H_T(x, 0, 0) = h_1(x)$$

(continua)

### 1° momento di Mellin

$$\begin{aligned}
& \int_{-1}^1 dx \int \frac{dz^-}{2\pi} e^{ix\bar{P}^+ \cdot z^-} \langle P'S' | \bar{\psi} \left( -\frac{z}{2} \right) \gamma^+ \psi \left( \frac{z}{2} \right) | PS \rangle \Big|_{z^+ = z_{\perp} = 0} \\
&= \frac{1}{\bar{P}^+} \bar{u}(P'S') \left\{ \gamma^+ \int_{-1}^1 dx H(x, \xi, t) + \frac{i\sigma^{+\nu} \Delta_{\nu}}{2M} \int_{-1}^1 dx E(x, \xi, t) \right\} u(PS) \\
&= \int \frac{dz^-}{2\pi} \delta(\bar{P}^+ z^-) \langle P'S' | \bar{\psi} \left( -\frac{z}{2} \right) \gamma^+ \psi \left( \frac{z}{2} \right) | PS \rangle \Big|_{z^+ = z_{\perp} = 0} \\
&= \langle P'S' | \bar{\psi}(0) \gamma^+ \psi(0) | PS \rangle \\
&= \frac{1}{\bar{P}^+} \bar{u}(P'S') \left\{ \gamma^+ F_1(t) + \frac{i\sigma^{+\nu} \Delta_{\nu}}{2M} F_2(t) \right\} u(PS)
\end{aligned}$$

corrente convettiva  
 → fattore di forma di carica  
 =  $M^1 [H(x, \xi, t)]$

corrente magnetica  
 → fattore di forma magnetico  
 (spin flip) =  $M^1 [E(x, \xi, t)]$

similmente per proiezione  $\gamma^+ \gamma_5$

fattore di forma assiale =  $M^1 [\tilde{H}(x, \xi, t)]$

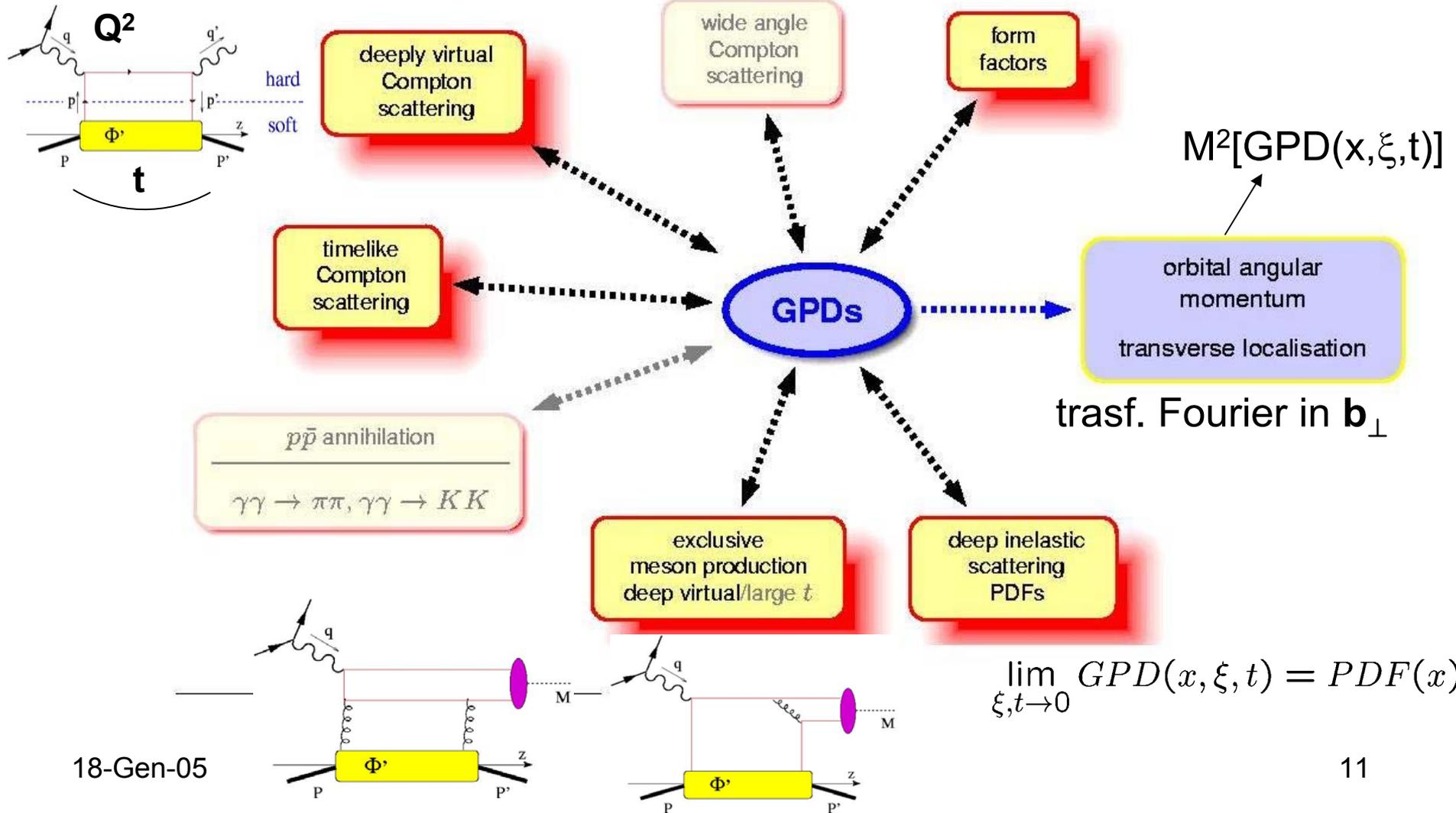
fattore di forma pseudoscalare =  $M^1 [\tilde{E}(x, \xi, t)]$

chiral-odd GPD  
 fattori di forma ?

# Mappa delle "interconnessioni" GPD in regime DVCS

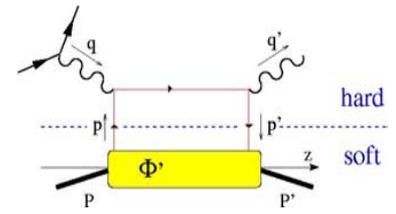
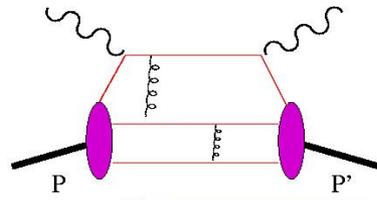
small  $t$ , large  $Q^2$

$$M^1[\text{GPD}(x, \xi, t)] = \text{FF}(t)$$



# regime **Wide Angle Compton Scattering (WACS)**

large  $t$ , small  $Q^2$



$R_V(t), R_A(t), R_P(t) \dots$   
 $M^{-1}[GPD(x,0,t)]$

deeply virtual Compton scattering

wide angle Compton scattering

form factors

timelike Compton scattering

**GPDs**

orbital angular momentum  
transverse localisation

$p\bar{p}$  annihilation  
 $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi, \gamma\gamma \rightarrow KK$

exclusive meson production  
deep virtual/large  $t$

deep inelastic scattering  
PDFs

crossing con RCS

# Momento angolare orbitale dei partoni

esperimento EMC (Cern, 1988) :

misura di  $g_1(x_B) \rightarrow$  l'elicità dei quark di valenza non satura lo spin  $\frac{1}{2}$  del N

Ma  $g_1 \rightarrow$  quark spin sul L.C. ( $\Leftrightarrow$  IFM)  $\neq$  spin del quark di valenza

Inoltre possibile contributo del gluone e dei momenti angolari orbitali

$\Rightarrow$  serve una definizione gauge invariante degli operatori in gioco

Tensore energia-impulso 
$$T^{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}_{QCD}}{\partial \partial_\mu \psi} \partial_\nu \psi - \delta^{\mu\nu} \mathcal{L}_{QCD} \quad \partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu}$$

4-impulso 
$$P^\mu = \int d\mathbf{x} T^{0\mu}$$

tensore momento angolare 
$$M^{\lambda\mu\nu} = x^\mu T^{\lambda\nu} - x^\nu T^{\lambda\mu}$$

generatore delle trasform. di Lorentz 
$$J^{\mu\nu} = \int d\mathbf{x} M^{0\mu\nu}$$

operatore momento angolare 
$$J^i = \frac{1}{2} \epsilon^{ijk} \int d\mathbf{x} M^{0jk}$$

N.B. Tutte definizioni gauge invarianti

# Decomposizione gauge invariante dell'operatore momento angolare

Si dimostra che

$$\mathbf{J} = \int d\mathbf{x} \left[ \frac{1}{2} \psi^\dagger \boldsymbol{\gamma} \gamma_5 \psi + \psi^\dagger (\mathbf{x} \times (-i\mathbf{D})) \psi + \mathbf{x} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) \right]$$

$$= \left[ \frac{1}{2} \Delta\Sigma + \mathbf{L}_q + \mathbf{J}_g \right] \Big|_{\mu^2} \equiv [\mathbf{J}_q + \mathbf{J}_g] \Big|_{\mu^2}$$

anomalia assiale in  $\Delta\Sigma$   
 $\rightarrow$  ambiguità

scala di rinormalizzazione

vettore di Pointing  
 del campo di colore

$$E^i = F^{i0}$$

$$B^i = -\frac{1}{2} \epsilon^{ilm} F_{lm}$$

$$\mathbf{D} = \nabla + ig\mathbf{A}$$

definizione dell'autovalore  
 momento angolare

$$J_{q/g} \equiv \langle P \frac{1}{2} | J_{q/g}^z | P \frac{1}{2} \rangle$$

eq. di evoluzione

$$\frac{d}{d \log \mu^2} \begin{pmatrix} J_q \\ J_g \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} \gamma_{qq} & \gamma_{qg} \\ \gamma_{gq} & \gamma_{gg} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_q \\ J_g \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi} \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -16 & 3n_f \\ 16 & -3n_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_q \\ J_g \end{pmatrix}$$

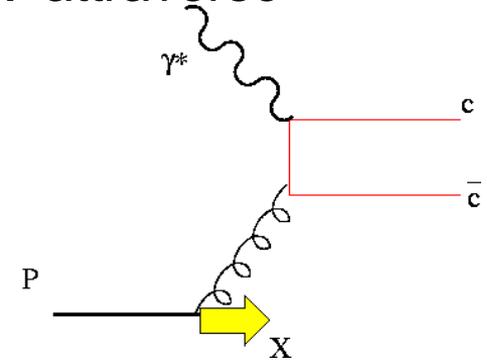
$$\mu \rightarrow \infty \quad J_q = \frac{1}{2} \frac{3n_f}{16 + 3n_f} \sim J_g = \frac{1}{2} \frac{16}{16 + 3n_f}$$

$$\left. \begin{array}{l} J_q \sim 0.25 \\ \frac{1}{2} \Delta\Sigma \sim 0.15 \Big|_{10 \text{ GeV}} \text{ (EMC)} \end{array} \right\} L_q \sim 0.1$$

(continua)

elicita` del gluone  $\Delta G(x)$  e` estraibile da  $e+p \rightarrow D+X$  attraverso meccanismo di photon-gluon fusion (COMPASS)

$$\text{quindi } J_g|_{\mu^2} = [\Delta G + L_g]|_{\mu^2}$$



La decomposizione gauge invariante  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\Delta\Sigma + L_q + \Delta G + L_g$  e` una regola di somma se stabilisce una corrispondenza tra elementi di matrice di operatori e momenti di PDF calcolati sugli stessi stati adronici

$$\begin{aligned} \text{Ad esempio } \Delta\Sigma &= \langle PS | \bar{q} \gamma^\mu \gamma_5 q | PS \rangle = \int dx (g_1(x) + \bar{g}_1(x)) \\ &\propto \int dz^- e^{ixP^+ z^-} \langle PS | \bar{\psi}(0) \gamma^+ \gamma_5 \psi(z^-) | PS \rangle \end{aligned}$$

$$\text{Ora si dimostra che } J_q = \int dx J_q(x)$$

(continua)

operatore di corrente e.m. ; invarianza per Lorentz, parita` e time-reversal

$$\langle P' | \bar{\psi} \gamma \cdot n \psi | P \rangle = \bar{u}(P') \gamma \cdot n u(P) A(t) + \bar{u}(P') \frac{i\sigma^{\mu\nu} n_\mu \Delta_\nu}{2M} u(P) B(t)$$

generalizzazione a "torre" di operatori twist-2

$$\begin{aligned} \langle P' | \bar{\psi} i \vec{D}^{\{\mu_1} \dots \vec{D}^{\mu_{n-1}} \gamma^{\mu_n\}} \psi | P \rangle = & \text{parte intera} \quad \text{simmetrizzazione} \\ & \text{indici pari} \quad \text{sugli indici} \\ \bar{u}(P') \gamma^{\{\mu_1} u(P) \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} & A_{2i}(t) \Delta^{\mu_2} \dots \Delta^{\mu_{2i+1}} \bar{P}^{\mu_{2i+2}} \dots \bar{P}^{\mu_n\} \\ + \bar{u}(P') \frac{i\sigma^{\{\mu_1\alpha} \Delta_\alpha}{2M} u(P) \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} & B_{2i}(t) \Delta^{\mu_2} \dots \Delta^{\mu_{2i+1}} \bar{P}^{\mu_{2i+2}} \dots \bar{P}^{\mu_n\} \\ + \frac{1}{M} \bar{u}(P') u(P) C(t) \text{Mod}(n+1, 2) \Delta^{\{\mu_1} \dots \Delta^{\mu_n\}} & \text{seleziona n pari} \end{aligned}$$


si sceglie vettore light-like

$$n_\mu \quad n^2 = 0 ; n \cdot \bar{P} = 1 ; n \cdot \Delta = -2\xi$$

(continua)

$$n_{\mu_1} \dots n_{\mu_n} \langle P' | \bar{\psi} i \vec{D}^{\{\mu_1} \dots \vec{D}^{\mu_{n-1}} \gamma^{\mu_n\}} \psi | P \rangle =$$
$$\bar{u}(P') \gamma \cdot n u(P) \left[ \sum_{i=0}^{\left[ \frac{n-1}{2} \right]} A_{2i}(t) (-2\xi)^{2i} \right] + \bar{u}(P') \frac{i \sigma^{\mu\alpha} n_\mu \Delta_\alpha}{2M} u(P) \left[ \sum_{i=0}^{\left[ \frac{n-1}{2} \right]} B_{2i}(t) (-2\xi)^{2i} \right]$$
$$+ \text{Mod}(n+1, 2) C(t) (-2\xi)^n$$

$$H_n(\xi, t) = \sum_{i=0}^{\left[ \frac{n-1}{2} \right]} A_{2i}(t) (-2\xi)^{2i} + \text{Mod}(n+1, 2) C(t) (-2\xi)^n$$

$$= \int dx x^{n-1} H_n(x, \xi, t)$$

polinomialita` = condizione stringente  
per i modelli, perche` ottenuta da principi  
generali di invarianza

$$E_n(\xi, t) = \sum_{i=0}^{\left[ \frac{n-1}{2} \right]} B_{2i}(t) (-2\xi)^{2i} - \text{Mod}(n+1, 2) C(t) (-2\xi)^n$$
$$= \int dx x^{n-1} E_n(x, \xi, t)$$

applichiamo il risultato all'operatore  
a twist-2 a due indici  $T^{\mu\nu}$

(continua)

$$\begin{aligned} J_q &= \langle P\frac{1}{2} | J_q^z | P\frac{1}{2} \rangle = \frac{1}{2} \epsilon^{ijk} \int d\mathbf{x} \langle P\frac{1}{2} | M^{0jk} | P\frac{1}{2} \rangle \\ &= \frac{1}{2} \epsilon^{ijk} \int d\mathbf{x} \langle P\frac{1}{2} | x^j T^{0k} - x^k T^{0j} | P\frac{1}{2} \rangle = \dots \\ &= \frac{1}{2} [A(0) + B(0)] = \frac{1}{2} \left[ \int dx x H(x, 0, 0) + \int dx x E(x, 0, 0) \right] \\ &= \int dx J_q(x) \end{aligned}$$

quindi

$$J_q(x) = \frac{1}{2} x [f_1(x) + E(x, 0, 0)] \longrightarrow L_q(x) = J_q(x) - \frac{1}{2} g_1(x)$$

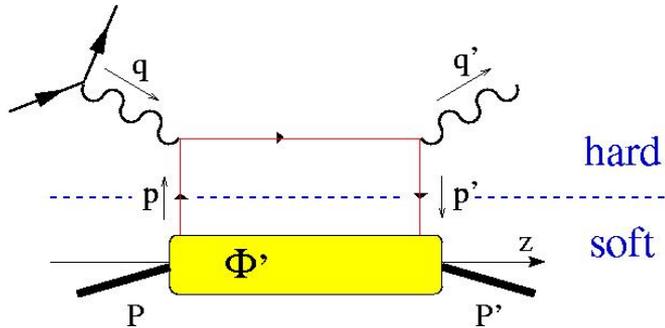
similmente si ottiene

$$J_g(x) = \frac{1}{2} x [G(x) + E_g(x, 0, 0)] \longrightarrow L_g(x) = J_g(x) - \frac{1}{2} \Delta G(x)$$

Regola di somma gauge invariante alla scala  $\mu^2$

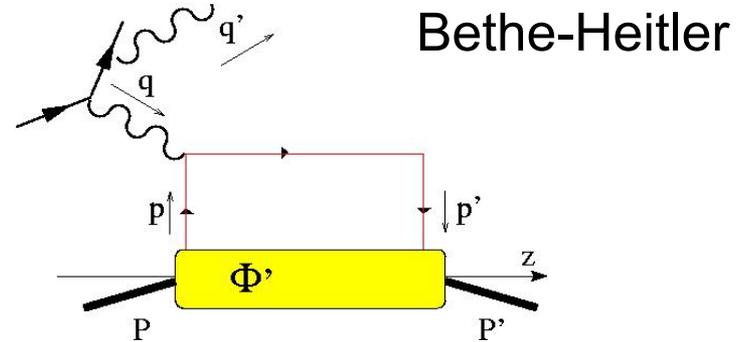
$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Delta \Sigma + L_q + \Delta G + L_g$$

# Situazione sperimentale



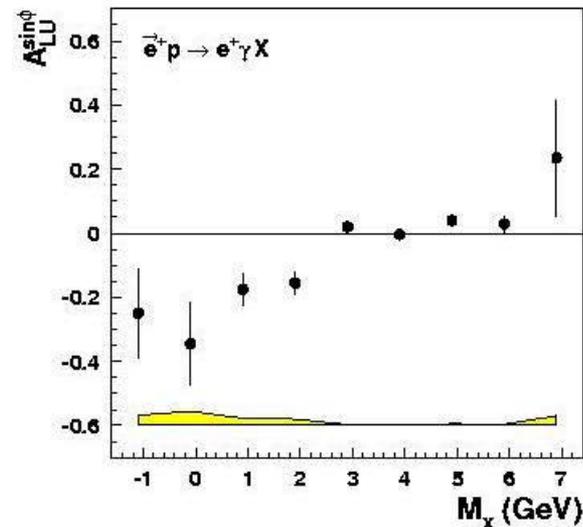
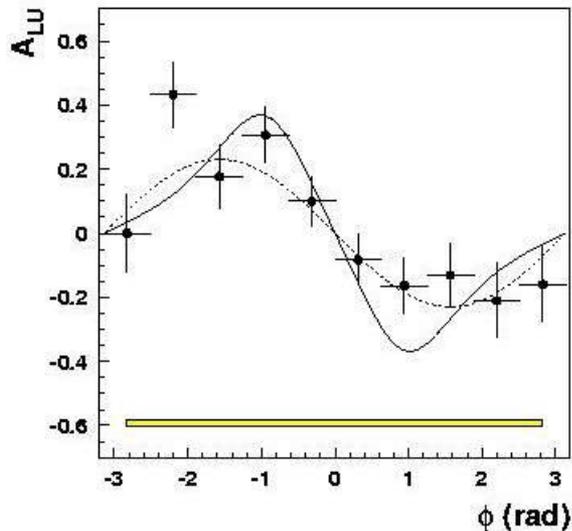
complesso → interferenza

first glimpse on GPDs



reale → background

$$\frac{d\sigma(\vec{e}) - d\sigma(\leftarrow e)}{d\sigma(\vec{e}) + d\sigma(\leftarrow e)} \sim \text{Im} [\text{B-H DVCS}^*] \sin \phi$$



# Distribuzioni di Wigner

Fattori di forma  $\rightarrow$  immagine 3d statica di una distribuzione (di carica, massa..)

PDF  $\rightarrow$  immagine dinamica nel momento longitudinale ( $x = k^+ / P^+$ )  
ed eventualmente nel momento trasverso  $\mathbf{k}_T$

GPD  $\rightarrow$  immagine dinamica in  $x$  e 2d sul piano trasverso del parametro  
d'impatto  $\mathbf{b}_\perp$

Distribuzione di Wigner = densita` di quark nella posizione  $\mathbf{r}$  con momento  $k$

$$\begin{aligned} W_\Gamma(\vec{r}, k) &= \frac{1}{2M} \int \frac{d^3 \vec{q}}{(2\pi)^3} \langle \vec{q}/2 | \hat{\mathcal{W}}(\vec{r}, k) | -\vec{q}/2 \rangle \\ &= \frac{1}{2M} \int \frac{d^3 \vec{q}}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} \langle \vec{q}/2 | \hat{\mathcal{W}}(0, k) | -\vec{q}/2 \rangle \end{aligned}$$

operatore di Wigner

$$\hat{\mathcal{W}}_\Gamma(\vec{r}, k) = \int \bar{\Psi}(\vec{r} - \eta/2) \Gamma \Psi(\vec{r} + \eta/2) e^{ik \cdot \eta} d^4 \eta ,$$

(continua)

DIS  $\rightarrow k^-$  soppresso (si integra), quindi operatore di Wigner dipende da  $\mathbf{r}$  e  $k = (k^+, \mathbf{k}_\perp)$ :

- integrando in  $d\mathbf{r}$   $\mathcal{W}$  si ottengono le PDF dipendenti da  $x$  e da  $\mathbf{k}_\perp$
- integrando in  $d\mathbf{k}_\perp$   $\mathcal{W}$  si ottiene una distribuzione 3d spaziale a fissato momento longitudinale  $x \rightarrow f(\mathbf{r}, x)$

legame tra  $f(\mathbf{r}, x)$  e GPD

$$\tau = \frac{t}{2M} = \frac{-q^2}{2M}$$
$$\xi \sim -q_z$$

$$f_\Gamma(\vec{r}, x) = \frac{1}{2M} \int \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} F_\Gamma(x, \xi, t) .$$

$$\frac{1}{2M} F_{\gamma^+}(x, \xi, t) = [H(x, \xi, t) - \tau E(x, \xi, t)]$$
$$+ i(\vec{s} \times \vec{q})^z \frac{1}{2M} [H(x, \xi, t) + E(x, \xi, t)] .$$

densita` di carica per quark  
con momento  $x$

$$\rho_+(\vec{r}, x) = \int \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} [H(x, \xi, t) - \tau E(x, \xi, t)]$$

(continua)

densita` di corrente per  
quark con momento x

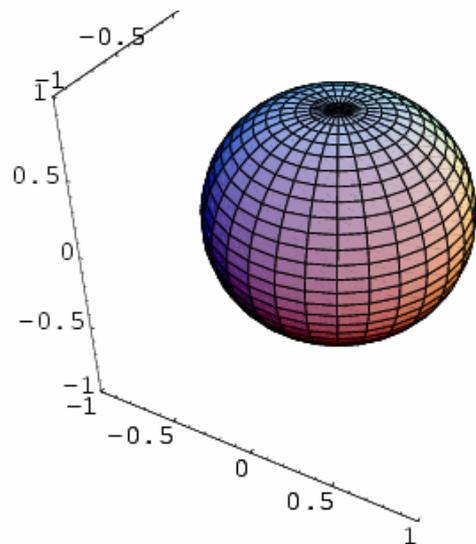
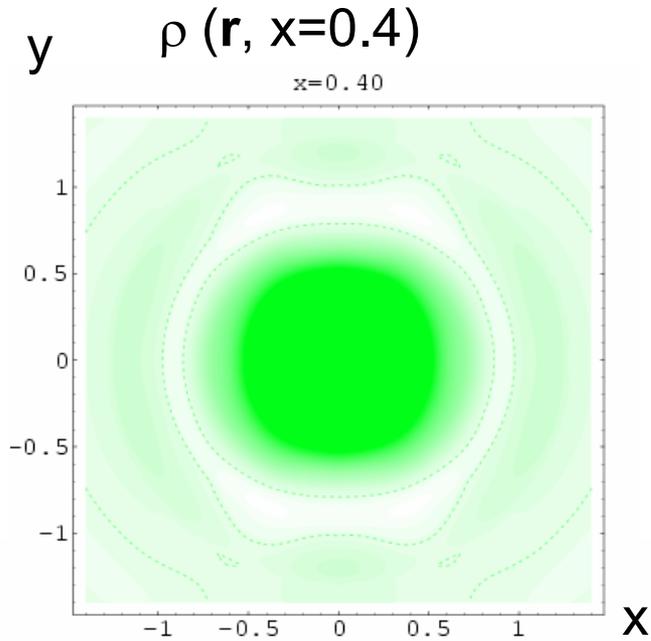
$$j_+^z(\vec{r}, x) = \int \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} i(\vec{s} \times \vec{q})^z \\ \times \frac{1}{2M} [H(x, \xi, t) + E(x, \xi, t)] .$$

poi

contributo del momento  
angolare orbitale allo  
spin del N

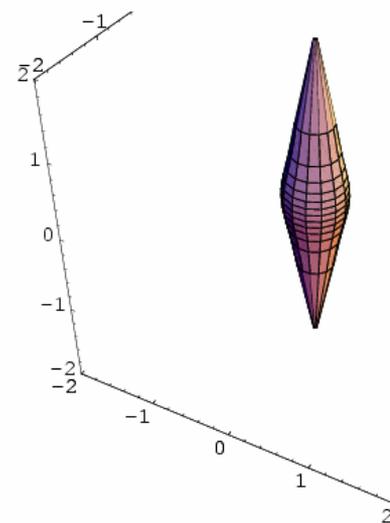
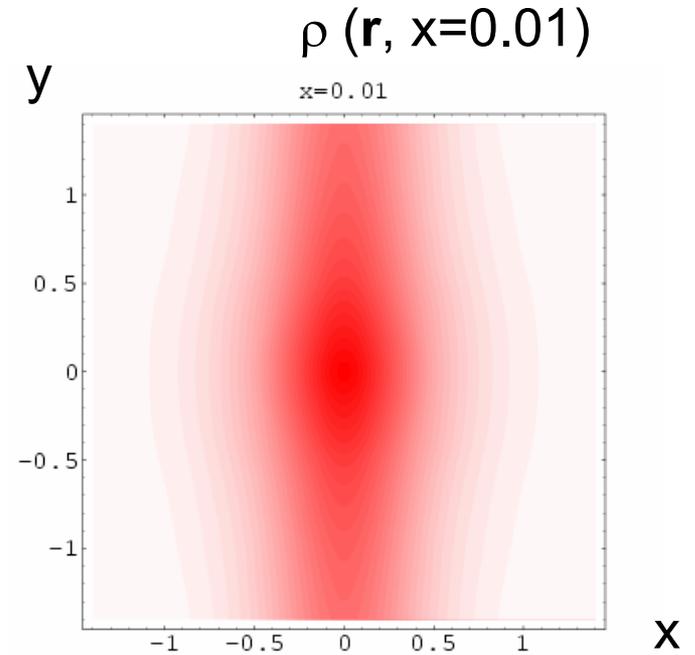
$$\left\{ \begin{aligned} j^{zP}(\vec{r}) &= \frac{M}{2} \int dx x j_+^z(\vec{r}, x) \\ &= \int \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} i(\vec{s} \times \vec{q})^z \frac{1}{4M} [A_q(q^2) + B_q(q^2)] . \\ &\int \vec{r} \times \vec{j}^P . \end{aligned} \right.$$

# Densita` di carica per quark up



18-Gen-05

superfici  
a densita`  
di carica  
costante



23

# Densita` di carica per antiquark up

