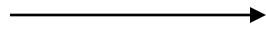


Riassunto della lezione precedente

- e^+e^- inclusivo: $W^{\mu\nu}$ come trasformata di Fourier di operatore bilocale; contributo dominante a corte distanze: operatore mal definito
- Operator Product Expansion (OPE): definizione (operativa) di prodotto di due operatori come serie di operatori locali regolari a corte distanze; singolarità in coefficienti della serie, proporzionali a numero di propagatori fermionici; dimostrazione rigorosa di fattorizzazione
- e^+e^- inclusivo: OPE per quark liberi equivalente a QPM
DIS inclusivo: serie OPE organizzabile in serie di potenze $(M/Q)^n$; twist
- OPE dimostrabile solo per processi inclusivi; approccio diagrammatico per processi semi-inclusivi
- dominanza cinematica Light-Cone (LC) in regime DIS; definizione variabili LC, metrica, boost e rapidità; equivalenza tra cinematica LC e boost a Infinite Momentum Frame (IFM)

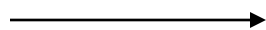
Quantizzazione di teoria di campo sul light-cone

regole di commutazione
al tempo $x^0=t=0$
evoluzione in x^0



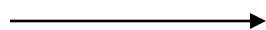
regole di commutazione
al tempo “light-cone” $x^+=0$
evoluzione in x^+

variabili cinematiche \mathbf{x}



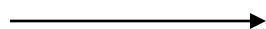
x^- , \mathbf{x}_\perp

momenti coniugati \mathbf{k}



k^+ , \mathbf{k}_\perp

Hamiltoniana k^0



k^-

quanto di campo



$$\psi(x) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3 2k^0} b_\alpha(\mathbf{k}) u(\mathbf{k}) e^{-ik \cdot x} + d_\alpha^\dagger(\mathbf{k}) v(\mathbf{k}) e^{ik \cdot x}$$

$$\psi_+(x) = \int \frac{dk^+ d\mathbf{k}_\perp}{(2\pi)^3 k^+} b_\alpha(\mathbf{k}) u_+(\mathbf{k}) e^{-ik \cdot x} + d_\alpha^\dagger(\mathbf{k}) v_+(\mathbf{k}) e^{ik \cdot x}$$

$$[b_\alpha(\mathbf{k}), b_{\alpha'}^\dagger(\mathbf{k}')] = (2\pi)^3 2k^0 \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta_{\alpha\alpha'}$$

$$[b_\alpha(\mathbf{k}), b_{\alpha'}^\dagger(\mathbf{k}')] = (2\pi)^3 k^- \delta(k^+ - k'^+) \delta(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}'_\perp) \delta_{\alpha\alpha'}$$

.....

spazio di Fock

.....

Algebra di Dirac sul light-cone

rappresentazione usuale delle matrici di Dirac

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & 0 \end{pmatrix}$$

↙ così (anti-)particelle hanno solo componenti upper (lower) nello spinore di Dirac

nuova rappresentazione per teoria di campo light-cone

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ \sigma_3 & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_3 \\ \sigma_3 & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma_{\perp} = \begin{pmatrix} i\sigma_{\perp} & 0 \\ 0 & i\sigma_{\perp} \end{pmatrix} \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & -\sigma_3 \end{pmatrix}$$

$$\{\gamma^{\mu}, \gamma^{\nu}\} = 2g^{\mu\nu} \quad \gamma_5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \quad \text{ok}$$

definizioni : $\gamma^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\gamma^0 \pm \gamma^3)$ $P_{\pm} = \frac{1}{2}\gamma^{\mp}\gamma^{\pm}$



proiettori $(P_{\pm})^2 = P_{\pm}$; $P_+ P_- = P_- P_+$, $P_+ + P_- = \mathbf{1}$

$$P_+ = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} , P_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad |\psi\rangle = \begin{vmatrix} \phi \\ \chi \end{vmatrix} , \quad P_+ |\psi\rangle = \phi , P_- |\psi\rangle = \chi$$

Proiettare eq. di Dirac

$$P_{\pm} (i\gamma \cdot D + m) \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} = 0$$

$$D_{\pm} = \partial_{\pm} - igA^{\mp}$$



$$\begin{cases} i\gamma^{-} D_{-} \chi = -i\gamma_{\perp} \mathbf{D}_{\perp} \phi - m\phi \\ i\gamma^{+} D_{+} \phi = -i\gamma_{\perp} \mathbf{D}_{\perp} \chi - m\chi \end{cases}$$

← non contiene “tempo” x^{+} :
 χ dipende da ϕ e \mathbf{A}_{\perp} a x^{+} fissato
 ϕ, \mathbf{A}_{\perp} gradi di libertà indipendenti

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{“good”} \\ \leftarrow \text{“bad”} \end{matrix} \quad \text{componenti light-cone} \quad \begin{matrix} P_{+} |\psi\rangle \\ P_{-} |\psi\rangle \end{matrix}$$

componenti “good” → componenti indipendenti e leading
 componenti “bad” → dipendenti dall’ interazione (quark-gluone)
 e pertanto di ordine superiore

Stati di spin per quark

generatore delle rotazioni di spin intorno a z $\Sigma^3 = \frac{i}{2} [\gamma^1, \gamma^2] = \begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$

se momento $k \parallel z$, misura l'elicità

$\gamma^1, \gamma^2, \gamma_5$ commutano con $P_{\pm} \rightarrow 2$ possibili scelte :

- diagonalizzare γ_5 e $\Sigma^3 \rightarrow$ base di elicità
- diagonalizzare γ^1 (o γ^2) \rightarrow base di "trasversità"

N.B. in base di elicità $\gamma_5 = \begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & -\sigma_3 \end{pmatrix}$ $\Sigma^3 = \begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$



elicità = chiralità per componente "good" ϕ

elicità = - chiralità per componente "bad" χ

N.B. proiettore di polarizzazione trasversa $P_{\uparrow/\downarrow} = \frac{1}{2} (1 \mp \gamma_5 \gamma^1)$ $[P_{\uparrow/\downarrow}, P_{\pm}] = 0$

definiamo $P_{\uparrow/\downarrow} \phi = \phi_{\perp/\top} = f(\phi_{\pm})$

$\phi_{\perp/\top}$ non sono autostati dell'operatore di spin trasverso !



$$\Sigma^1 = \gamma_5 \gamma_0 \gamma_1 = \begin{pmatrix} 0 & i\sigma_1 \\ -i\sigma^1 & 0 \end{pmatrix}$$

Riprendiamo risultato OPE per DIS inclusivo

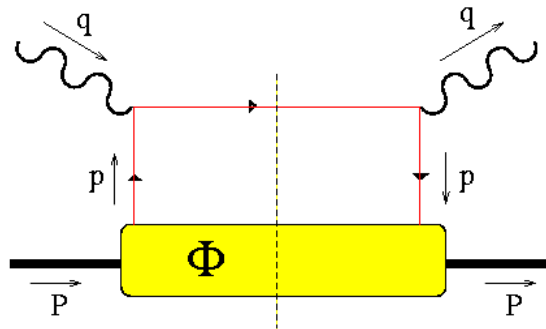
$$2MW^{\mu\nu} \sim \sum_f e_f^2 \int d^4p \delta((p+q)^2 - m^2) \theta(p^0 + q^0 - m)$$

$$\text{Tr} [\Phi(p, P) \gamma^\mu (\not{p} + \not{q} + m) \gamma^\nu + \bar{\Phi}(p, P) \gamma^\nu (\not{p} + \not{q} - m) \gamma^\mu]$$

$$\Phi(p, P) = \int \frac{d^4\xi}{(2\pi)^4} e^{-ip \cdot \xi} \langle P | \bar{\psi}_f(\xi) \psi_f(0) | P \rangle$$

$$= \int \frac{d\mathbf{P}_X}{(2\pi)^3 2P_X^0} \langle P | \bar{\psi}_f(0) | P_X \rangle \langle P_X | \psi_f(0) | P \rangle \delta(P - p - P_X)$$

operatore bilocale,
contiene twist ≥ 2



IFM ($Q^2 \rightarrow \infty$) \Rightarrow isolare contributo leading in $1/Q$
equivalentemente calcoliamo Φ sul Light-Cone (LC)

Contributo leading

$$\left\{ \begin{array}{l} P^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(A, \frac{M^2}{A}, \mathbf{0}_\perp \right) \xrightarrow{A=Q} P^\mu \sim \left(Q, \frac{1}{Q}, \mathbf{0}_\perp \right) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} (Q, 0, \mathbf{0}_\perp) \\ p^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(xA, \frac{p^2 + \mathbf{p}_\perp^2}{xA}, \mathbf{p}_\perp \right) \xrightarrow{A=Q} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(xQ, \frac{p^2 + \mathbf{p}_\perp^2}{xQ}, \mathbf{p}_\perp \right) \sim (Q, 0, \mathbf{0}_\perp) \\ q^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-x_N A, \frac{Q^2}{x_N A}, \mathbf{0}_\perp \right) \xrightarrow{A=Q} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-x_N Q, \frac{Q}{x_N}, \mathbf{0}_\perp \right) \end{array} \right.$$

N.B. $p^+ \sim Q \rightarrow (p+q)^- \sim Q$

$$\begin{aligned} 2MW^{\mu\nu} &= \sum_f e_f^2 \int d^4p \delta((p+q)^2 - m^2) \theta(p^0 + q^0 - m) \\ &\quad \times \text{Tr} [\Phi(p, P) \gamma^\mu (\gamma \cdot p + \gamma \cdot q + m) \gamma^\nu] \\ &\sim \frac{1}{2} \sum_f e_f^2 \int dp^- d\mathbf{p}_\perp \text{Tr} [\Phi(p, P) \gamma^\mu \gamma^+ \gamma^\nu] \Big|_{p^+ = xP^+} \end{aligned}$$



$$\delta(p^+ + q^+) = \delta(xP^+ - x_N P^+) \rightarrow x \sim x_N \sim x_B$$

(analogamente per antiquark)

(continua)

- decomposizione della matrice di Dirac $\Phi(p, P, S)$ sulla base delle strutture di Dirac e dei 4-(pseudo)vettori p, P, S compatibilmente con Hermiticity e invarianza per parità

$$\begin{aligned}\Phi(p, P, S) &= \gamma^0 \Phi^\dagger(p, P, S) \gamma^0 \\ \Phi(p, P, S) &= \gamma^0 \Phi(\tilde{p}, \tilde{P}, -\tilde{S}) \gamma^0\end{aligned}$$

base di Dirac $\mathbf{1}, i\gamma_5, \gamma^\mu, \gamma^\mu\gamma_5, \sigma^{\mu\nu}, i\sigma^{\mu\nu}\gamma_5$ $\tilde{a}^\mu = (a_0, -\mathbf{a})$

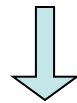
$$\begin{aligned}\Phi(p, P, S) &= A_1 M + A_2 \not{P} + A_3 \not{p} + A_4 \sigma_{\mu\nu} P^\mu p^\nu + iA_5 p \cdot S \gamma_5 + A_6 M \not{S} \gamma_5 \\ &+ A_7 \frac{p \cdot S}{M} \not{P} \gamma_5 + A_8 \frac{p \cdot S}{M} \not{p} \gamma_5 + iA_9 \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 S^\mu P^\nu + iA_{10} \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 S^\mu p^\nu \\ &+ iA_{11} \frac{p \cdot S}{M^2} \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 P^\mu p^\nu + A_{12} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \frac{\gamma^\mu P^\nu p^\rho S^\sigma}{M}\end{aligned}$$



time-reversal $\rightarrow 0$

$$\Phi^*(p, P, S) = -i\gamma^1 \gamma^3 \Phi(\tilde{p}, \tilde{P}, \tilde{S}) i\gamma^1 \gamma^3$$

$$\text{Tr} [\Phi(p, P) \gamma^\mu \gamma^+ \gamma^\nu] \Big|_{p^+=xP^+} = -4g_\perp^{\mu\nu} \underbrace{(A_2 + xA_3) P^+}_{\int dp^- d\mathbf{p}_\perp \dots \Big|_{p^+=xP^+} \rightarrow \mathbf{q}_f(x)}$$



$$2MW^{\mu\nu} \sim -g_\perp^{\mu\nu} \frac{1}{2} \sum_f e_f^2 [q_f(x) + \bar{q}_f(x)] + o\left(\frac{1}{Q}\right)$$

idem per antiquark

(continua)

$$2MW^{\mu\nu} \sim -g_{\perp}^{\mu\nu} \underbrace{\frac{1}{2} \sum_f e_f^2 [q_f(x) + \bar{q}_f(x)]}_{F_1(x_B)} + o\left(\frac{1}{Q}\right)$$

$x \approx x_B$ $F_1(x_B) \rightarrow$ risultato di QPM

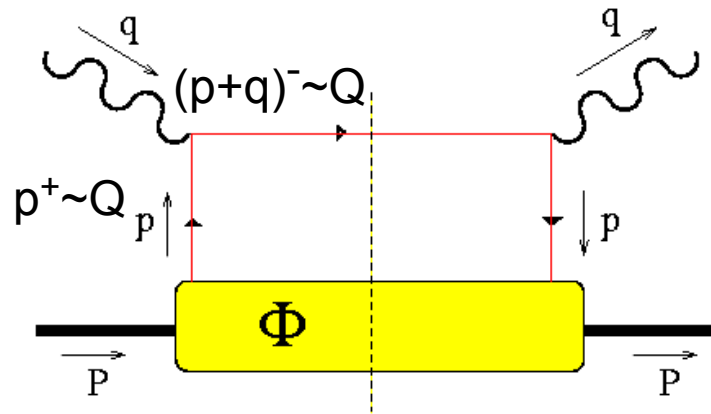
$$W^{\mu\nu} = \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}\right) W_1 + \frac{\tilde{P}^\mu \tilde{P}^\nu}{M^2} W_2$$

W_1 risposta a polarizzazione trasversa di γ^* $\rightarrow -g_{\perp}^{\mu\nu} F_1$

Morale :

operatore bilocale Φ ha twist ≥ 2 ; il contributo a leading twist si ottiene in IFM selezionando il termine dominante in $1/Q$ ($Q^2 \rightarrow \infty$) ; equivalentemente calcolando Φ sul LC

al leading twist (t=2) si ritrova risultato di QPM per $W^{\mu\nu}$ non polarizzato; ma qual è il risultato generale a t=2 ?



Decomposizione di Φ al leading twist

Base di matrici di Dirac $\{\mathbf{1}, \gamma^\mu, \gamma^\mu \gamma_5, i\gamma_5, i\sigma^{\mu\nu} \gamma_5\}$

$$\Phi(p, P, S) = \frac{1}{2} [S \mathbf{1} + V_\mu \gamma^\mu + A_\mu \gamma^\mu \gamma_5 + iP \gamma_5 + iT_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \gamma_5]$$

$$S = \frac{1}{2} \text{Tr}(\Phi) = C_1(p^2, p \cdot P)$$

$$V^\mu = \frac{1}{2} \text{Tr}(\gamma^\mu \Phi) = C_2 P^\mu + C_3 p^\mu$$

$$A^\mu = \frac{1}{2} \text{Tr}(\gamma^\mu \gamma_5 \Phi) = C_4 S^\mu + C_5 p \cdot S P^\mu + C_6 P \cdot S p^\mu$$

$$P_5 = \frac{1}{2i} \text{Tr}(\gamma_5 \Phi) = 0$$

$$T^{\mu\nu} = \frac{1}{2i} \text{Tr}(\sigma^{\mu\nu} \Phi) = C_7 P^{[\mu} S^{\nu]} + C_8 p^{[\mu} S^{\nu]} + C_9 p \cdot S P^{[\mu} p^{\nu]}$$



$$\text{Tr} [\gamma^+ \dots] \rightarrow q_f(x) = \Phi[\gamma^+] = \int \frac{d\xi^-}{2\pi} e^{-ixP^+\xi^-} \langle P | \bar{\psi}_f(\xi^-) \gamma^+ \psi_f(0) | P \rangle$$

$$\text{Tr} [\gamma^+ \gamma_5 \dots] \rightarrow \Delta q_f(x) = \Phi[\gamma^+ \gamma_5] = \int \frac{d\xi^-}{2\pi} e^{-ixP^+\xi^-} \langle P | \bar{\psi}_f(\xi^-) \gamma^+ \gamma_5 \psi_f(0) | P \rangle$$

$$\text{Tr} [\gamma^+ \gamma^i \gamma_5 \dots] \rightarrow \delta q_f(x) = \Phi[i\sigma^{i+} \gamma_5] = \int \frac{d\xi^-}{2\pi} e^{-ixP^+\xi^-} \langle P | \bar{\psi}_f(\xi^-) i\sigma^{i+} \gamma_5 \psi_f(0) | P \rangle$$

Traccia di operatore bilocale → densità partoniche

$$\begin{aligned}\Phi^{[\gamma^+]}(x) &= \int dp^- d\mathbf{p}_\perp \text{Tr} [\Phi(p, P) \gamma^+] \Big|_{p^+=xP^+} \\ &= \sqrt{2} \sum_n |\langle n | \phi_f(0) | P \rangle|^2 \delta(P^+ - xP^+ - P_n^+) \equiv q_f(x)\end{aligned}$$



componenti light-cone “good”

densità di probabilità
di annichilare in $|P\rangle$
un quark con momento xP^+

similmente per l' antiquark

$$\begin{aligned}\Phi^{[\gamma^+]}(x) + \bar{\Phi}^{[\gamma^+]}(x) &= \int dp^- d\mathbf{p}_\perp \text{Tr} [\Phi(p, P, S) \gamma^+ - \bar{\Phi}(p, P, S) \gamma^+] \Big|_{p^+=xP^+} \\ &= q_f(x) + \bar{q}_f(x)\end{aligned}$$

= probabilità di trovare un (anti)quark con flavor f e frazione x del momento longitudinale (light-cone) P^+ dell' adrone

In generale :
$$\Phi^{[\Gamma]}(x, S) = \int dp^- d\mathbf{p}_\perp \text{Tr} [\Phi(p, P, S) \Gamma] \Big|_{p^+=xP^+}$$

Proiezioni al leading twist
(coinvolgono le componenti
“good” ϕ)

$$\begin{aligned} \Phi^{[\gamma^+]}(x, S) &= q(x) \\ \Phi^{[\gamma^+ \gamma_5]}(x, S) &= \lambda \Delta q(x) \\ \Phi^{[i\sigma^{i+} \gamma_5]}(x, S) &= S_T^i \delta q(x) \end{aligned}$$

Proiezioni al twist 3
(coinvolgono le componenti
“good” ϕ e “bad” χ)

$$\begin{aligned} \Phi^{[\mathbf{1}]}(x, S) &= \frac{M}{P^+} e(x) \\ \Phi^{[\gamma^i \gamma_5]}(x, S) &= \frac{M}{P^+} S_T^i g_T(x) \\ \Phi^{[i\sigma^{+-} \gamma_5]}(x, S) &= \frac{M}{P^+} \lambda h_L(x) \end{aligned}$$

Esempio:
$$\int dp^- d\mathbf{p}_\perp \text{Tr} [\Phi(p, P, S) \mathbf{1}] \Big|_{p^+=xP^+} = \frac{M}{P^+} \int \frac{d\xi^-}{2\pi} e^{-ixP^+\xi^-} \langle P | \underbrace{\bar{\psi}(\xi^-) \psi(0)}_{\text{correlatore quark-gluone}} | P \rangle$$

$$\psi^\dagger \gamma^0 \psi = \overline{\begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ \sigma_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} \sim \phi^\dagger \sigma_3 \chi \rightarrow \phi^\dagger \sigma_3 (i \not{D} + m) \phi$$

**correlatore quark-gluone
soppresso**

Interpretazione probabilistica al leading twist

proiettori di elicità (chiralità) $P_{R/L} = \frac{1 \pm \gamma_5}{2}$ $[P_{R/L}, P_{\pm}] = 0$

$$\begin{aligned} \Phi[\gamma^+] &\rightarrow \bar{\psi} \gamma^+ \psi \rightarrow \psi^\dagger P_+ \psi \rightarrow \phi^\dagger \phi = \phi^\dagger (P_R + P_L)^\dagger (P_R + P_L) \phi \\ &= \phi^\dagger (P_R^\dagger P_R + P_L^\dagger P_L) \phi = \bar{R}R + \bar{L}L \end{aligned}$$



distribuzione di momento

$$\begin{aligned} \Phi[\gamma^+ \gamma_5] &\rightarrow \bar{\psi} \gamma^+ \gamma_5 \psi \rightarrow \psi^\dagger P_+ \gamma_5 P_+ \psi \rightarrow \phi^\dagger (P_R - P_L) \phi \\ &= \phi^\dagger (P_R^\dagger P_R - P_L^\dagger P_L) \phi = \bar{R}R - \bar{L}L \end{aligned} \quad [P_{\pm}, \gamma_5] = 0$$

distribuzione di elicità

$$\Phi[i\sigma^{i+} \gamma_5] \rightarrow \bar{\psi} i\sigma^{i+} \gamma_5 \psi \dots \rightarrow \phi^\dagger (P_L^\dagger \gamma^i P_R - P_R^\dagger \gamma^i P_L) \phi \quad ?$$

(continua)

proiettori di polarizzazione trasversa $P_{\uparrow/\downarrow} = \frac{1 \pm \gamma^i \gamma_5}{2}$ (da base di elicità a base di trasversità)

$$\Phi [i\sigma^{i+}\gamma_5] \rightarrow \bar{\psi} i\sigma^{i+}\gamma_5 \psi \dots \rightarrow \phi^\dagger (P_\uparrow P_\uparrow - P_\downarrow P_\downarrow) \phi$$



→ δq è distribuzione “netta” di polarizz. trasversa !

notazioni più usuali e “comode”

$$\Phi [\gamma^+] (x, S) = q(x) \longrightarrow f_1^q(x) \quad f_1 = \text{diagram of a circle with a black dot in the center}$$

quark non polariz. q leading twist

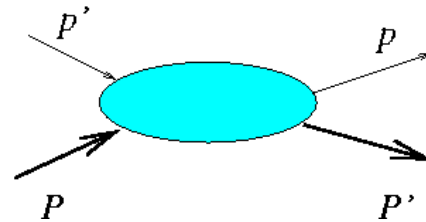
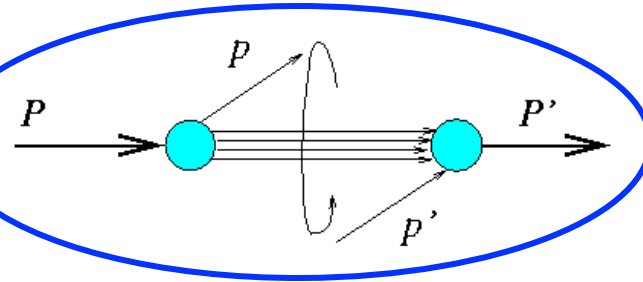
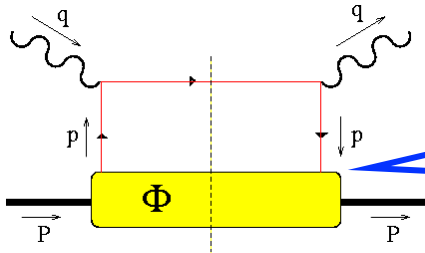
$$\Phi [\gamma^+ \gamma_5] (x, S) = \lambda \Delta q(x) \longrightarrow \lambda g_1^q(x) \quad g_1 = \text{diagram of two circles with black dots and red arrows pointing right, with green arrows pointing right between them}$$

quark long. polariz. \vec{q}

$$\Phi [i\sigma^{i+}\gamma_5] (x, S) = S_T^i \delta q(x) \longrightarrow S_T^i h_1^q(x) \quad h_1 = \text{diagram of two circles with black dots and red arrows pointing up and down, with green arrows pointing up between them}$$

q^\uparrow quark trasv. polariz.

Necessità di 3 PDF' s al leading twist



bersaglio con elicità P
 emette
 partone con elicità p
 hard scattering
 partone con elicità p'
 riassorbito in
 adrone con elicità P'

discontinuità nel canale u della
 ampiezza di scattering forward
 partone-adrone

$$\rightarrow A_{Pp,P'p'}$$

al leading twist solo componenti "good"
 il processo è collineare modulo $o(1/Q)$
 \Rightarrow conservazione dell' elicità $P+p' = p+P'$

$$|\psi\rangle \sim \begin{vmatrix} \phi_+ \\ \phi_- \\ o(1/Q) \\ o(1/Q) \end{vmatrix}$$

(continua)

invarianza per trasformazioni di parità $\rightarrow A_{Pp,P'p'} = A_{-P-p,-P'-p'}$

invarianza per time-reversal $\rightarrow A_{Pp,P'p'} = A_{P'p',Pp}$

	P	p	\rightarrow	P'	p'
1)	+	+		+	+
2)	+	-		+	-
3)	+	+		-	-

con questi vincoli $\rightarrow 3 A_{Pp,P'p'}$ indipendenti

$$\left\{ \begin{array}{l} (+,+) \rightarrow (+,+) + (+,-) \rightarrow (+,-) \equiv f_1 \bar{R}R + \bar{L}L \\ (+,+) \rightarrow (+,+) - (+,-) \rightarrow (+,-) \equiv g_1 \bar{R}R - \bar{L}L \\ (+,+) \rightarrow (-,-) \equiv h_1 \bar{L}R \end{array} \right.$$

Base di elicità

$$h_1 \sim \phi^\dagger P_L^\dagger \gamma_i P_R \phi$$

Base di trasversità

$$h_1 \sim \phi^\dagger (P_\uparrow^\dagger P_\uparrow - P_\downarrow^\dagger P_\downarrow) \phi$$

$$\langle \uparrow | \dots | \uparrow \rangle - \langle \downarrow | \dots | \downarrow \rangle \propto \langle + | \dots | - \rangle + \langle - | \dots | + \rangle$$

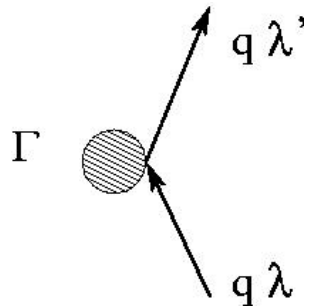
$$\begin{cases} |\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle) \\ |\downarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle - |-\rangle) \end{cases}$$



per componenti “good”
 (\Leftrightarrow twist 2) elicità = chiralità
 quindi h_1 non conserva
 chiralità (chiral odd)

QCD conserva l'elicità al leading twist

massless quark spinors $\lambda = \pm 1$



$$M \sim \bar{u}_{\lambda'} \Gamma u_\lambda$$

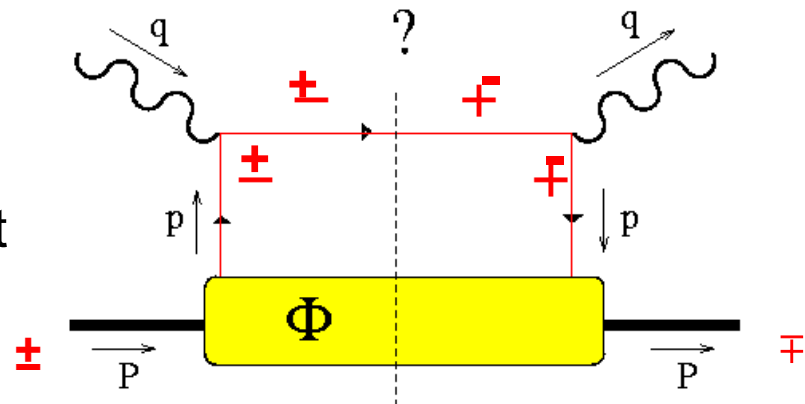
$$\sim \bar{u}_{\lambda'} (1 - \lambda' \gamma_5) (1 - \lambda \gamma_5) \Gamma u_\lambda$$

$$\sim \delta_{\lambda\lambda'} \bar{u}_{\lambda'} \Gamma u_\lambda + o\left(\frac{m_q}{E_q}\right)$$

$$\frac{1 + \lambda \gamma_5}{2} u_\lambda = u_\lambda$$

$$\bar{u}_\lambda \frac{1 - \lambda \gamma_5}{2} = \bar{u}_\lambda$$

QCD conserva l'elicità al leading twist
 $\rightarrow h_1$ soppressa in DIS inclusivo



Differenti proprietà tra f_1 , g_1 e h_1

per DIS inclusivo nel QPM c'è parallelo tra PDF's e funzioni di struttura

$$f_1(x) \rightarrow F_1(x_B) = \frac{1}{2} \sum_f e_f^2 [f_1^f(x_B) + \bar{f}_1^f(x_B)] \longrightarrow \frac{1}{2} \sum_{f\bar{f}} e_f^2 [q_f^\uparrow(x_B) + q_f^\downarrow(x_B)]$$

$$g_1(x) \rightarrow G_1(x_B) = \frac{1}{2} \sum_f e_f^2 [g_1^f(x_B) + \bar{g}_1^f(x_B)] \longrightarrow \frac{1}{2} \sum_{f\bar{f}} e_f^2 [q_f^\uparrow(x_B) - q_f^\downarrow(x_B)]$$

ma h_1 non ha controparte a livello di funzioni di struttura, perchè per DIS inclusivo polarizzato, in $W_A^{\mu\nu}$ **il contributo di G_2 è soppresso rispetto a quello di G_1** : appare al twist 3

$$W_A^{\mu\nu} = i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho S_\sigma \left[MG_1(\nu, Q^2) + \frac{P \cdot q}{M} G_2(\nu, Q^2) \right] - i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho P_\sigma \frac{S \cdot q}{M} G_2(\nu, Q^2)$$

per tanti anni h_1 è stata ignorata e si è pensato che la polarizzazione trasversa generasse effetti solo al twist 3, confondendola con g_T in G_2

$$\Phi[\gamma^i \gamma_5](x, S) = \frac{M}{P^+} S_T^i g_T(x) \longrightarrow g_1(x) + g_2(x) = \sum_f \frac{e_f^2 m_f}{2Mx} [q_f^{\rightarrow}(x) - q_f^{\leftarrow}(x)]$$

In realtà, questo pregiudizio si basa sulla confusione tra spin trasverso dell'adrone (che appare al twist 3 nel tensore adronico) e distribuzione di polarizzazione trasversa dei partoni in adroni polarizzati trasversalmente, che non necessariamente deve apparire solo al twist 3:

	$\Phi^{[\Gamma]}$	pol. long.	$\Phi^{[\Gamma]}$	pol. trasv.
twist 2	$\gamma^+ \gamma_5$	g_1	$i \sigma^{i+} \gamma_5$	h_1
twist 3	$i \sigma^{+-} \gamma_5$	h_L	$\gamma^i \gamma_5$	g_T



perfetto parallelo “incrociato” tra $t=2$ e $t=3$ sia per elicità che polarizzazione trasversa

inoltre h_1 ha stessa importanza di f_1 e g_1 al twist 2. Infatti se sulla base di elicità f_1 e g_1 sono diagonali mentre h_1 no,

$$f_1 \sim \phi^\dagger (P_R^\dagger P_R + P_L^\dagger P_L) \phi \quad g_1 \sim \phi^\dagger (P_R^\dagger P_R - P_L^\dagger P_L) \phi \quad h_1 \sim \phi^\dagger P_L^\dagger P_R \phi$$

sulla base di trasversità la situazione è opposta:

$$f_1 \sim \phi^\dagger (P_\uparrow^\dagger P_\uparrow + P_\downarrow^\dagger P_\downarrow) \phi \quad g_1 \sim \phi^\dagger P_\downarrow^\dagger P_\uparrow \phi \quad h_1 \sim \phi^\dagger (P_\uparrow^\dagger P_\uparrow - P_\downarrow^\dagger P_\downarrow) \phi$$

di h_1 si sa poco perchè è soppressa in DIS inclusivo. Dal punto di vista teorico, si conoscono le sue equazioni di evoluzione fino al NLO in α_s . Ci sono calcoli di modello, e calcoli su reticolo del suo primo momento di Mellin (= carica tensoriale).

(Barone & Ratcliffe, *Transverse Spin Physics*, World Scientific (2003))

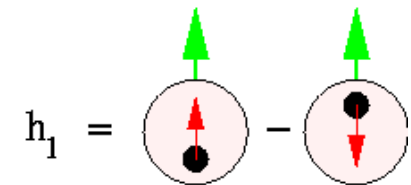
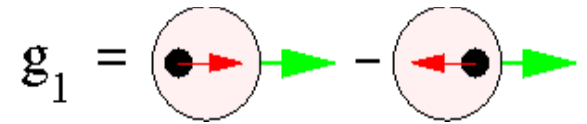
Solo recentemente si è riusciti per la prima volta ad estrarre una parametrizzazione di h_1 combinando dati di diverse reazioni semi-inclusive.

(Anselmino *et al.*, Phys. Rev. D**75** 054032 (2007); hep-ph/0701006)

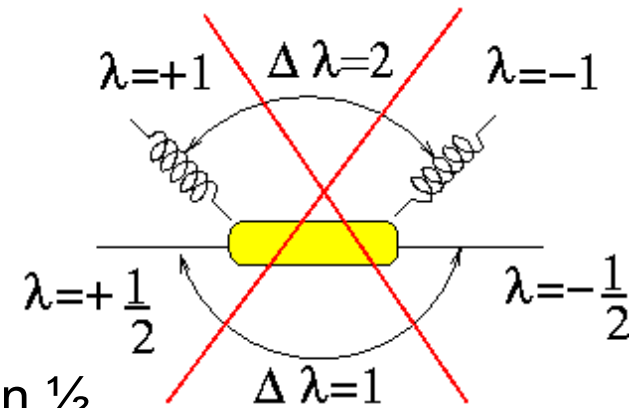
1. h_1 ha proprietà molto diverse da g_1
2. Necessità di definire le migliori strategie per la sua estrazione dai dati

Chiral-odd $h_1 \rightarrow$ interessanti proprietà rispetto alle altre distribuzioni

- g_1 e h_1 (e tutte le PDF) sono definite nell' IFM
cioè boost $Q \rightarrow \infty$ lungo l' asse z
ma boost e rotazioni di Galileo commutano in
frame nonrelativistico $\rightarrow g_1 = h_1$
ogni differenza è data da effetti relativistici
 \rightarrow info su dinamica relativistica dei quarks



- per gluone si definiscono
 $G(x)$ = la distribuzione di momento
 $\Delta G(x)$ = la distribuzione di elicità
però non esiste la “trasversità” in adrone a spin $\frac{1}{2}$
 \rightarrow evoluzione di h_1^q disaccoppiata da gluoni !





$$\langle PS | \bar{q}^f \gamma^\mu \gamma_5 q^f | PS \rangle \Big|_{Q^2} = 2\lambda P^\mu \int dx \left[g_1^f(x, Q^2) \oplus \bar{g}_1^f(x, Q^2) \right] = 2\lambda P^\mu g_A$$

carica assiale

$$\langle PS | \bar{q}^f i\sigma^{\mu\nu} \gamma_5 q^f | PS \rangle \Big|_{Q^2} = 2S^{[\mu} P^{\nu]} \int dx \left[h_1^f(x, Q^2) \ominus \bar{h}_1^f(x, Q^2) \right] = 2S^{[\mu} P^{\nu]} g_T(Q^2)$$

carica tensoriale
(non conservata)

- carica assiale da operatore C(arge)-even
carica tensoriale C-odd → non prende contributi
da coppie quark-antiquark del mare di Dirac

riassumendo: l'evoluzione di $h_1^q(x, Q^2)$ è molto diversa dalle altre PDF perchè non prende contributi dai gluoni → evoluzione tipica di non-singoletto
Inoltre carica tensoriale è struttura di non-singoletto, C-odd e non è conservata
→ h_1 quantità più adatta per studiare contributo di valenza allo spin

- relazioni tra PDF' s

$$(+, +) \rightarrow (+, +) + (+, -) \rightarrow (+, -) \equiv f_1$$

$$(+, +) \rightarrow (+, +) - (+, -) \rightarrow (+, -) \equiv g_1$$

$$(+, +) \rightarrow (-, -) \equiv h_1$$

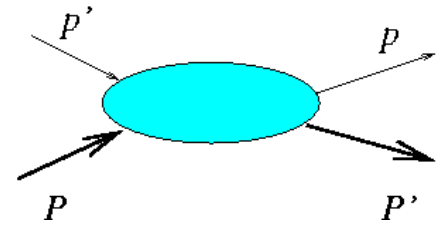
per definizione $\rightarrow f_1 \geq |g_1|, |h_1|$, $f_1 \geq 0$

$$|(+, +) \pm (-, -)|^2 = A_{++,++} + A_{--,--} \pm 2 \operatorname{Re} A_{+,-} \geq 0$$

invarianza per trasformazioni di parità $\rightarrow A_{Pp,P'p'} = A_{-P-p,-P'-p'}$

$A_{++,++} = \frac{1}{2} (f_1 + g_1) \geq |A_{+,-}| = |h_1| \rightarrow$ diseguaglianza di Soffer valida per ogni x e Q^2 (almeno fino NLO)

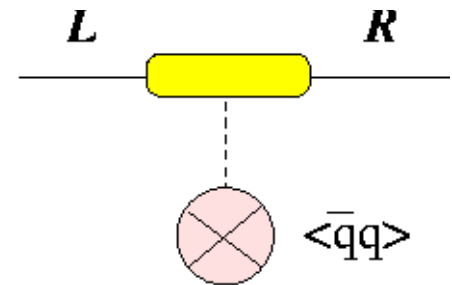
$A_{Pp,P'p'}$



(continua)

h_1 non conserva chiralità (chiral odd)

h_1 può quindi essere determinata da processi soft legati alla rottura della simmetria chirale della QCD (ruolo del vuoto nonperturbativo di QCD?)



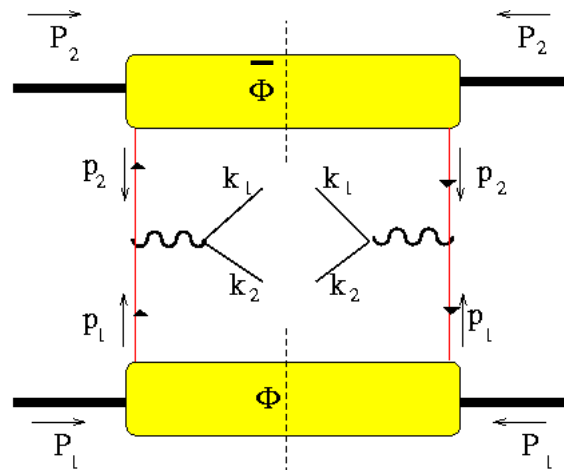
in **base di elicità** la sezione d'urto deve essere chiral-even quindi per estrarre h_1 bisogna trovare un processo elementare in cui appaia insieme ad un partner chiral-odd, in modo da “annullare l'effetto”; il vincolo ulteriore è che tale contributo appaia al leading twist.

Come estrarre la trasversità dai dati ?

Come estrarre la trasversità dai dati ?

scelta più ovvia: Drell-Yan polarizzato

$$p^\uparrow p^\uparrow \rightarrow l^+ l^- X$$



$$\bar{\Phi}(x, S) = \int dp^- d\mathbf{p}_T \bar{\Phi}(p, P, S) \Big|_{p^+ = xP^+} \longrightarrow [\bar{f}_1(x) + \lambda \bar{g}_1(x) \gamma_5 + \bar{h}_1(x) \gamma_5 \not{S}_T] \not{P}$$



$$\Phi(x, S) = \int dp^- d\mathbf{p}_T \Phi(p, P, S) \Big|_{p^+ = xP^+} \longrightarrow [f_1(x) + \lambda g_1(x) \gamma_5 + h_1(x) \gamma_5 \not{S}_T] \not{P}$$



Single-Spin Asymmetry (SSA)

$$\begin{aligned}
 A_{TT} &= \frac{d\sigma(p^\uparrow p^\uparrow) - d\sigma(p^\uparrow p^\downarrow)}{d\sigma(p^\uparrow p^\uparrow) + d\sigma(p^\uparrow p^\downarrow)} \\
 &= |S_{T_1}| |S_{T_2}| \frac{\sin^2 \theta \cos(2\phi - \phi_{S_1} - \phi_{S_2})}{1 + \cos^2 \theta} \frac{\sum_{f, \bar{f}} e_f^2 h_1^f(x_1) \bar{h}_1^f(x_2)}{\sum_{f, \bar{f}} e_f^2 f_1^f(x_1) \bar{f}_1^f(x_2)}
 \end{aligned}$$

Ma = distribuzione di spin trasverso per antiquark in protone polarizzato
 → antiquark del mare di Dirac è soppresso

Inoltre simulazioni indicano che disuguaglianza di Soffer, imposta ad ogni Q^2 nell'evoluzione, vincola A_{TT} a numeri troppo piccoli ($\sim 1\%$)

Meglio considerare $p^\uparrow \bar{p}^\uparrow \rightarrow l^+ l^- X$ (recente proposals PAX & ASSIA al GSI)
 ma tecnologia ancora da sviluppare

Altrimenti si devono considerare reazioni semi-inclusive

Altra alternativa: DIS semi-inclusivo (SIDIS)

diagramma
dominante
al leading twist

partner
chiral-odd

chiral-odd

