# Riassunto della lezione precedente

- evoluzione DGLAP e teoremi di fattorizzazione; coefficienti di Wilson, scale di fattorizzazione e schemi di calcolo
- e<sup>+</sup>e<sup>-</sup> inclusivo: W<sup>µv</sup> come trasformata di Fourier di operatore bilocale; contributo dominante a corte distanze: operatore mal definito
- Operator Product Expansion (OPE): definizione (operativa) di prodotto di due operatori come serie di operatori locali regolari a corte distanze; dimostrazione rigorosa di fattorizzazione
- e+e- inclusivo: OPE per quark liberi equivalente a QPM
   DIS inclusivo: serie OPE organizzabile in serie di potenze (M/Q)<sup>n</sup>; twist
- OPE dimostrabile solo per processi inclusivi; approccio diagrammatico per processi semi-inclusivi
- dominanza cinematica Light-Cone (LC) in regime DIS;
   definizione variabili LC; equivalenza tra LC e Infinite Momentum Frame (IFM) algebra di Dirac sul LC: chiralità ed elicità

## Riprendiamo risultato OPE per DIS inclusivo



contributo dominante in OPE



$$2MW^{\mu\nu} \sim \sum_{f} e_{f}^{2} \int d^{4}p \, \delta((p+q)^{2} - m^{2}) \, \theta(p^{0} + q^{0} - m)$$
  
Tr  $\left[ \Phi(p, P) \, \gamma^{\mu} \left( p \!\!\!/ + q' + m \right) \gamma^{\nu} + \overline{\Phi}(p, P) \, \gamma^{\nu} \left( p \!\!\!/ + q' - m \right) \gamma^{\mu} \right]$ 

$$\Phi(p,P) = \int \frac{d^4\xi}{(2\pi)^4} e^{-ip\cdot\xi} \langle P|\bar{\psi}_f(\xi)\psi_f(0)|P\rangle \qquad \begin{array}{l} \Phi \text{ operatore bilocale,} \\ \text{ continent twist} \ge 2 \\ = \int \frac{dP_X}{(2\pi)^3 2P_X^0} \langle P|\bar{\psi}_f(0)|P_X\rangle \langle P_X|\psi_f(0)|P\rangle \,\delta(P-p-P_X) \end{array}$$

IFM  $(Q^2 \rightarrow \infty) \Rightarrow$  isolare contributo leading in 1/Q equivalentemente calcoliamo  $\Phi$  sul Light-Cone (LC)

### **Contributo leading**

$$\begin{cases} P^{\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( A, \frac{M^{2}}{A}, \mathbf{0}_{\perp} \right) \stackrel{A=Q}{\longrightarrow} P^{\mu} \sim \left( Q, \frac{1}{Q}, \mathbf{0}_{\perp} \right) \stackrel{Q^{2} \to \infty}{\longrightarrow} (Q, \mathbf{0}, \mathbf{0}_{\perp}) \\ p^{\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( xA, \frac{p^{2} + \mathbf{p}_{\perp}^{2}}{xA}, \mathbf{p}_{\perp} \right) \stackrel{A=Q}{\longrightarrow} \frac{1}{\sqrt{2}} \left( xQ, \frac{p^{2} + \mathbf{p}_{\perp}^{2}}{xQ}, \mathbf{p}_{\perp} \right) \sim (Q, \mathbf{0}, \mathbf{0}_{\perp}) \\ q^{\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( -x_{N}A, \frac{Q^{2}}{x_{N}A}, \mathbf{0}_{\perp} \right) \stackrel{A=Q}{\longrightarrow} \frac{1}{\sqrt{2}} \left( -x_{N}Q, \frac{Q}{x_{N}}, \mathbf{0}_{\perp} \right) \\ N.B. \mathbf{p}^{+} \sim \mathbf{Q} \to (\mathbf{p}+\mathbf{q})^{-} \sim \mathbf{Q} \\ 2MW^{\mu\nu} = \sum_{f} e_{f}^{2} \int d^{4}p \, \delta((p+q)^{2} - m^{2}) \, \theta(p^{0} + q^{0} - m) \\ \times \operatorname{Tr} \left[ \Phi(p, P) \, \gamma^{\mu} \left( \gamma \cdot p + \gamma \cdot q + m \right) \gamma^{\nu} \right] \\ \sim \frac{1}{2} \sum_{f} e_{f}^{2} \int dp^{-} d\mathbf{p}_{\perp} \operatorname{Tr} \left[ \Phi(p, P) \, \gamma^{\mu} \, \gamma^{+} \gamma^{\nu} \right] \Big|_{p^{+}=xP^{+}} \\ \delta(p^{+} + q^{+}) = \delta(xP^{+} - x_{N}P^{+}) \to x \sim x_{N} \sim x_{B} \end{cases}$$

(analogamente per antiquark)

(continua)

• decomposizione della matrice di Dirac  $\Phi(p,P,S)$  sulla base delle strutture di Dirac e dei 4-(pseudo)vettori p,P,S compatibilmente con Hermiticity e invarianza per parità  $\Phi(p,P,S) = \gamma^0 \Phi^{\dagger}(p,P,S) \gamma^0$ 

(continua)

$$2MW^{\mu\nu} \sim -g_{\perp}^{\mu\nu} \frac{1}{2} \sum_{f} e_{f}^{2} [q_{f}(x) + \bar{q}_{f}(x)] + o\left(\frac{1}{Q}\right)$$

$$\mathbf{x} \approx \mathbf{x}_{\mathsf{B}} \qquad \mathbf{F}_{\mathsf{1}}(\mathbf{x}_{\mathsf{B}}) \rightarrow \text{risultato di QPM}$$

$$W^{\mu\nu} = \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^{\mu}q^{\nu}}{q^{2}}\right) W_{1} + \frac{\bar{P}^{\mu}\bar{P}^{\nu}}{M^{2}} W_{2} \qquad W_{\mathsf{1}} \text{ risposta a polarizzazione} \text{ trasversa di } \gamma^{*} \longrightarrow -g_{\perp}^{\mu\nu} F_{\mathsf{1}}$$

Morale :

operatore bilocale  $\Phi$  ha twist  $\geq 2$ ; il contributo a leading twist si ottiene in IFM selezionando il termine dominante in 1/Q (Q<sup>2</sup>  $\rightarrow \infty$ ); equivalentemente calcolando  $\Phi$  sul LC

al leading twist (t=2) si ritrova risultato di QPM per  $W^{\mu\nu}$  non polarizzato; ma qual è il risultato generale a t=2 ?



## Decomposizione di $\Phi$ al leading twist

Base di matrici di Dirac { 
$$\mathbf{I}$$
,  $\gamma^{\mu}$ ,  $\gamma^{\mu}\gamma_{5}$ ,  $i\gamma_{5}$ ,  $i\sigma^{\mu\nu}\gamma_{5}$ }  
 $\Phi(p, P, S) = \frac{1}{2} [S \mathbf{I} + V_{\mu}\gamma^{\mu} + A_{\mu}\gamma^{\mu}\gamma_{5} + iP\gamma_{5} + iT_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}\gamma_{5}]$   
 $S = \frac{1}{2} \operatorname{Tr}(\Phi) = C_{1}(p^{2}, p \cdot P)$   
 $V^{\mu} = \frac{1}{2} \operatorname{Tr}(\gamma^{\mu} \Phi) = C_{2} P^{\mu} + C_{3} p^{\mu}$   
 $A^{\mu} = \frac{1}{2} \operatorname{Tr}(\gamma^{\mu}\gamma_{5} \Phi) = C_{4} S^{\mu} + C_{5} p \cdot S P^{\mu} + C_{6} P \cdot S p^{\mu}$   
 $P_{5} = \frac{1}{2i} \operatorname{Tr}(\gamma_{5} \Phi) = 0$   
 $T^{\mu\nu} = \frac{1}{2i} \operatorname{Tr}(\sigma^{\mu\nu} \Phi) = C_{7} P^{[\mu}S^{\nu]} + C_{8} p^{[\mu}S^{\nu]} + C_{9} p \cdot S P^{[\mu}p^{\nu]}$   
 $\operatorname{Tr}[\gamma^{+}...] \rightarrow q_{f}(x) = \Phi[\gamma^{+}] = \int \frac{d\xi^{-}}{2\pi} e^{-ixP^{+}\xi^{-}} \langle P|\bar{\psi}_{f}(\xi^{-})\gamma^{+}\psi_{f}(0)|P\rangle$   
 $\operatorname{Tr}[\gamma^{+}\gamma_{5}...] \rightarrow \Delta q_{f}(x) = \Phi^{[\gamma^{+}\gamma_{5}]} = \int \frac{d\xi^{-}}{2\pi} e^{-ixP^{+}\xi^{-}} \langle P|\bar{\psi}_{f}(\xi^{-})\gamma^{+}\gamma_{5}\psi_{f}(0)|P\rangle$ 

Traccia di operatore bilocale → densità partoniche

$$\Phi^{[\gamma^{+}]}(x) = \int dp^{-} d\mathbf{p}_{\perp} \operatorname{Tr} \left[ \Phi(p, P) \gamma^{+} \right] \Big|_{p^{+} = xP^{+}}$$

$$= \sqrt{2} \sum_{n} |\langle n | \phi_{f}(0) | P \rangle|^{2} \, \delta(P^{+} - xP^{+} - P_{n}^{+}) \equiv q_{f}(x)$$

$$\operatorname{componenti light-cone "good"} \operatorname{densitä di probabilitä} \operatorname{di annichilare in } |P^{+}|$$

$$\operatorname{un quark con momento xP^{+}}$$

similmente per l'antiquark

$$\Phi^{[\gamma^+]}(x) + \bar{\Phi}^{[\gamma^+]}(x) = \int dp^- d\mathbf{p}_\perp \operatorname{Tr} \left[ \Phi(p, P, S) \, \gamma^+ - \bar{\Phi}(p, P, S) \, \gamma^+ \right] \Big|_{p^+ = xP^+}$$
$$= q_f(x) + \bar{q}_f(x)$$

= probabilità di trovare un (anti)quark con flavor f e frazione x del momento longitudinale (light-cone) P<sup>+</sup> dell' adrone

$$\begin{aligned} \ln \text{ generale}: \quad \Phi^{[\Gamma]}(x,S) &= \int dp^{-}d\mathbf{p}_{\perp} \operatorname{Tr} \left[ \Phi(p,P,S) \Gamma \right] \Big|_{p^{+}=xP^{+}} \\ \text{Proiezioni al leading twist} \\ (\text{coinvolgono le componenti} \\ "good" \phi ) \qquad \qquad \Phi^{[\gamma^{+}\gamma_{5}]}(x,S) &= q(x) \\ \Phi^{[\gamma^{+}\gamma_{5}]}(x,S) &= \lambda \Delta q(x) \\ \Phi^{[i\sigma^{i+}\gamma_{5}]}(x,S) &= S_{T}^{i} \delta q(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Proiezioni al twist 3} \qquad \qquad \Phi^{[\mathbf{1}]}(x,S) &= \frac{M}{P^{+}}e(x) \\ (\text{coinvolgono le componenti} \\ "good" \phi e "bad" \chi) \qquad \qquad \Phi^{[i^{1}\gamma_{5}]}(x,S) &= \frac{M}{P^{+}}S_{T}^{i}g_{T}(x) \\ \Phi^{[i\sigma^{+-}\gamma_{5}]}(x,S) &= \frac{M}{P^{+}}\lambda h_{L}(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Esempio:} \quad \int dp^{-}d\mathbf{p}_{\perp} \operatorname{Tr} \left[ \Phi(p,P,S) \mathbf{1} \right] \Big|_{p^{+}=xP^{+}} &= \frac{M}{P^{+}} \int \frac{d\xi^{-}}{2\pi} e^{-ixP^{+}\xi^{-}} \langle P|\bar{\psi}(\xi^{-})\psi(0)|P\rangle \\ \psi^{\dagger}\gamma^{0}\psi &= \overline{\phi - \chi} \left( \begin{array}{c} 0 & \sigma_{3} \\ \sigma_{3} & 0 \end{array} \right) \Big| \begin{array}{c} \phi \\ \chi \\ \chi \\ \end{array} \right| \sim \phi^{\dagger}\sigma_{3}\chi \rightarrow \phi^{\dagger}\sigma_{3}(i D + m)\phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Correlatore quark-gluone soppresso} \end{aligned}$$

19-Dic-13

nessuna interpretazione probabilistica

### Interpretazione probabilistica al leading twist

proiettori di elicità (chiralità) 
$$P_{R/L} = \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \qquad [P_{R/L}, P_{\pm}] = 0$$

$$\Phi^{[\gamma^+]} \to \bar{\psi} \gamma^+ \psi \to \psi^{\dagger} P_+ \psi \to \phi^{\dagger} \phi = \phi^{\dagger} (P_R + P_L)^{\dagger} (P_R + P_L) \phi$$
$$= \phi^{\dagger} (P_R^{\dagger} P_R + P_L^{\dagger} P_L) \phi = \bar{R}R + \bar{L}L$$

distribuzione di momento

$$\Phi^{\left[\gamma^{+}\gamma_{5}\right]} \rightarrow \bar{\psi}\gamma^{+}\gamma_{5}\psi \rightarrow \psi^{\dagger}P_{+}\gamma_{5}P_{+}\psi \rightarrow \phi^{\dagger}(P_{R}-P_{L})\phi$$

$$= \phi^{\dagger}(P_{R}^{\dagger}P_{R}-P_{L}^{\dagger}P_{L})\phi = \bar{R}R - \bar{L}L \qquad [P_{\pm},\gamma_{5}] = 0$$
distribuzione di elicità

$$\Phi^{\left[i\sigma^{i+}\gamma_{5}\right]} \to \bar{\psi}\,i\sigma^{i+}\gamma_{5}\,\psi... \to \phi^{\dagger}(P_{L}^{\dagger}\gamma^{i}P_{R} - P_{R}^{\dagger}\gamma^{i}P_{L})\,\phi \qquad ?$$

(continua)

proiettori di polarizzazione trasversa  $P_{\uparrow/\downarrow} = \frac{1 \pm \gamma^i \gamma_5}{2}$  (da base di elicità a base di trasversità)  $\Phi^{\left[i\sigma^{i+}\gamma_{5}\right]} \to \bar{\psi}\,i\sigma^{i+}\gamma_{5}\,\psi... \to \phi^{\dagger}(P_{\uparrow}P_{\uparrow}-P_{\downarrow}P_{\downarrow})\,\phi$  $\rightarrow \delta q$  è distribuzione "netta" di polarizz. trasversa ! notazioni più usuali e "comode"  $\Phi^{[\gamma^+]}(x,S) = q(x) \longrightarrow f_1^q(x)$  $f_{1} =$ quark non polariz. Q leading twist  $\Phi^{\left[i\sigma^{i+}\gamma_{5}\right]}(x,S) = S_{T}^{i}\delta q(x) \longrightarrow S_{T}^{i}h_{1}^{q}(x) \qquad h_{1} = \begin{array}{c} & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\$ 

# Necessità di 3 PDF's al leading twist



(continua)

invarianza per trasformazioni di parità  $\rightarrow A_{Pp,P'p'} = A_{Pp,P'p'}$ invarianza per time-reversal  $\rightarrow A_{Pp,P'p'} = A_{P'p',Pp}$ 

|    | Ρ | р | $\rightarrow$ | P' | p' |
|----|---|---|---------------|----|----|
| 1) | + | + |               | +  | +  |
| 2) | + | - |               | +  | -  |
| 3) | + | + |               | -  | -  |

 $\begin{bmatrix} \text{con questi vincoli} \rightarrow 3 \ A_{Pp,P'p'} \text{ indipendenti} \\ \left\{ \begin{array}{l} (+,+) \rightarrow (+,+) + (+,-) \rightarrow (+,-) \equiv f_1 \ \overline{R}R + \overline{L}L \\ (+,+) \rightarrow (+,+) - (+,-) \rightarrow (+,-) \equiv g_1 \ \overline{R}R - \overline{L}L \\ (+,+) \rightarrow (-,-) \equiv h_1 \qquad \overline{L}R \end{array} \right\}$ 



Base di elicità  $h_1 \sim \phi^{\dagger} P_L^{\dagger} \gamma_i P_R \phi$ Base di trasversità  $h_1 \sim \phi^{\dagger} (P_{\uparrow}^{\dagger} P_{\uparrow} - P_{\downarrow}^{\dagger} P_{\downarrow}) \phi$   $\langle \uparrow |...| \uparrow \rangle - \langle \downarrow |...| \downarrow \rangle \propto \langle + |...| - \rangle + \langle - |...| + \rangle$  $\begin{cases} |\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle) \\ |\downarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle - |-\rangle) \end{cases}$ 

per componenti "good" ( $\Leftrightarrow$  twist 2) elicità = chiralità quindi h<sub>1</sub> non conserva chiralità (chiral odd)

QCD conserva l' elicità al leading twist

**massless** quark spinors  $\lambda = \pm 1$ 



# Differenti proprietà tra f<sub>1</sub>, g<sub>1</sub> e h<sub>1</sub>

per DIS inclusivo nel QPM c'è parallelo tra PDF's e funzioni di struttura

$$f_{1}(x) \rightarrow F_{1}(x_{B}) = \frac{1}{2} \sum_{f} e_{f}^{2} [f_{1}^{f}(x_{B}) + \bar{f}_{1}^{f}(x_{B})] \longrightarrow \frac{1}{2} \sum_{f\bar{f}} e_{f}^{2} [q_{f}^{\uparrow}(x_{B}) + q_{f}^{\downarrow}(x_{B})]$$

$$g_{1}(x) \rightarrow G_{1}(x_{B}) = \frac{1}{2} \sum_{f} e_{f}^{2} [g_{1}^{f}(x_{B}) + \bar{g}_{1}^{f}(x_{B})] \longrightarrow \frac{1}{2} \sum_{f\bar{f}} e_{f}^{2} [q_{f}^{\uparrow}(x_{B}) - q_{f}^{\downarrow}(x_{B})]$$

ma h<sub>1</sub> non ha controparte a livello di funzioni di struttura, perchè per DIS inclusivo polarizzato, in  $W_A^{\mu\nu}$  il contributo di G<sub>2</sub> è soppresso rispetto a quello di G<sub>1</sub> : appare al twist 3

$$W_A^{\mu\nu} = i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho S_\sigma \left[ MG_1(\nu, Q^2) + \frac{P \cdot q}{M} G_2(\nu, Q^2) \right] - i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho P_\sigma \frac{S \cdot q}{M} G_2(\nu, Q^2)$$

per tanti anni h<sub>1</sub> è stata ignorata e si è pensato che la polarizzazione trasversa generasse effetti solo al twist 3, confondendola con  $g_T$  in  $G_2$ 

$$\Phi^{\left[\gamma^{i}\gamma_{5}\right]}(x,S) = \frac{M}{P^{+}}S_{T}^{i}g_{T}(x) \longrightarrow g_{1}(x) + g_{2}(x) = \sum_{f}\frac{e_{f}^{2}m_{f}}{2Mx}[q_{f}^{\rightarrow}(x) - q_{f}^{\leftarrow}(x)]$$

In realtà, questo pregiudizio si basa sulla confusione tra spin trasverso dell'adrone (che appare al twist 3 nel tensore adronico) e distribuzione di polarizzazione trasversa dei partoni in adroni polarizzati trasversalmente, che non necessariamente deve apparire solo al twist 3:

|         | $\Phi^{[\Gamma]}$       | pol.<br>long.  | $\Phi^{[\Gamma]}$             | pol.<br>trasv. |
|---------|-------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|
| twist 2 | $\gamma^+ \gamma_5$     | 9 <sub>1</sub> | i $\sigma^{i+}\gamma_5$       | h <sub>1</sub> |
| twist 3 | i $\sigma^{+-}\gamma_5$ | h <sub>L</sub> | γ <sup>i</sup> γ <sub>5</sub> | 9 <sub>T</sub> |

perfetto parallelo "incrociato" tra t=2 e t=3 sia per elicità che polarizzazione trasversa

inoltre  $h_1$  ha stessa importanza di  $f_1$  e  $g_1$  al twist 2. Infatti se sulla base di elicità  $f_1$  e  $g_1$  sono diagonali mentre  $h_1$  no,

$$\begin{split} f_1 &\sim \phi^{\dagger} (P_R^{\dagger} P_R + P_L^{\dagger} P_L) \phi \quad g_1 \sim \phi^{\dagger} (P_R^{\dagger} P_R - P_L^{\dagger} P_L) \phi \quad h_1 \sim \phi^{\dagger} P_L^{\dagger} P_R \phi \\ \text{sulla base di trasversità la situazione è opposta:} \\ f_1 &\sim \phi^{\dagger} (P_{\uparrow}^{\dagger} P_{\uparrow} + P_{\downarrow}^{\dagger} P_{\downarrow}) \phi \quad g_1 \sim \phi^{\dagger} P_{\downarrow}^{\dagger} P_{\uparrow} \phi \quad h_1 \sim \phi^{\dagger} (P_{\uparrow}^{\dagger} P_{\uparrow} - P_{\downarrow}^{\dagger} P_{\downarrow}) \phi \end{split}$$

<u>Chiral-odd  $h_1 \rightarrow$  interessanti proprietà rispetto alle altre distribuzioni</u>

g<sub>1</sub> e h<sub>1</sub> (e tutte le PDF) sono definite nell' IFM cioè boost Q → ∞ lungo l' asse z ma boost e rotazioni di Galileo commutano in frame nonrelativistico → g<sub>1</sub> = h<sub>1</sub> ogni differenza è data da effetti relativistici → info su dinamica relativistica dei quarks







per gluone si definiscono
 G(x) = la distribuzione di momento
 ΔG(x) = la distribuzione di elicità
 però non esiste la "trasversità" in adrone a spin ½
 → evoluzione di h<sub>1</sub><sup>q</sup> disaccoppiata da gluoni !

(continua)



$$\left\langle PS|\overline{q}^{f}\gamma^{\mu}\gamma_{5}q^{f}|PS\right\rangle\Big|_{Q^{2}} = 2\lambda P^{\mu}\int dx \left[g_{1}^{f}(x,Q^{2})\bigoplus_{1}\overline{f}(x,Q^{2})\right] = 2\lambda P^{\mu}g_{A}$$
carica assiale

$$\langle PS|\overline{q}^{f}i\sigma^{\mu\nu}\gamma_{5}q^{f}|PS\rangle\Big|_{Q^{2}} = 2S^{[\mu}P^{\nu]}\int dx\left[h_{1}^{f}(x,Q^{2})-h_{1}^{\overline{f}}(x,Q^{2})\right] = 2S^{[\mu}P^{\nu]}g_{T}(Q^{2})$$

carica tensoriale (non conservata)

 carica assiale da operatore C(harge)-even carica tensoriale C-odd → non prende contributi da coppie quark-antiquark del mare di Dirac

riassumendo: l' evoluzione di  $h_1^q(x,Q^2)$  è molto diversa dalle altre PDF perchè non prende contributi dai gluoni  $\rightarrow$  evoluzione tipica di non-singoletto Inoltre carica tensoriale è struttura di non-singoletto, C-odd e non è conservata  $\rightarrow h_1$  quantità più adatta per studiare contributo di valenza allo spin (continua)

h<sub>1</sub> non conserva chiralità (chiral odd)
h<sub>1</sub> può quindi essere determinata da processi soft
legati alla rottura della simmetria chirale della QCD
(ruolo del vuoto nonperturbativo di QCD?)



in base di elicità la sezione d'urto deve essere chiral-even quindi per estrarre h<sub>1</sub> bisogna trovare un processo elementare in cui appaia insieme ad un partner chiral-odd, in modo da "annullare l'effetto"; il vincolo ulteriore è che tale contributo appaia al leading twist.

### Come estrarre la trasversità dai dati ?

## Come estrarre la trasversità dai dati ?

₹P2

 $\mathbf{p}_2$ 

 $|\mathbf{p}|$ 

P.

scelta più ovvia: Drell-Yan polarizzato

-

Φ

Φ

 $\mathbf{k}_{\perp}$ 

 $P_2$ 

 $\mathbf{p}_2$ 

 $\mathbf{p}_{\mathrm{t}}$ 

P.

$$p^{\uparrow}p^{\uparrow} \to l^+ l^- X$$

ma distribuzione di spin trasverso per antiquark in protone polarizzato → mare di Dirac è soppresso

sarebbe meglio  $p^{\uparrow} \overline{p}^{\uparrow} \rightarrow l^{+} l^{-} X$ <u>ma tecnologia ancora da sviluppare</u>

$$\bar{\Phi}(x,S) = \int dp^{-} d\mathbf{p}_{T} \,\bar{\Phi}(p,P,S) \Big|_{p^{+}=xP^{+}} \longrightarrow [\bar{f}_{1}(x) + \lambda \,\bar{g}_{1}(x) \,\gamma_{5} + \bar{h}_{1}(x) \,\gamma_{5} \,\,\mathscr{F}_{T}] \,\,\mathscr{F}$$

$$\Phi(x,S) = \int dp^{-} d\mathbf{p}_{T} \,\Phi(p,P,S) \Big|_{p^{+}=xP^{+}} \longrightarrow [f_{1}(x) + \lambda \,g_{1}(x) \,\gamma_{5} + h_{1}(x) \,\gamma_{5} \,\,\mathscr{F}_{T}] \,\,\mathscr{F}$$

# alternativa: DIS semi-inclusivo (SIDIS)



sistema IFM

$$P^{\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( A, \frac{M^2}{A}, \mathbf{0}_T \right) \rightarrow \left( P^+, \frac{M^2}{2P^+}, \mathbf{0}_T \right)$$

$$q^{\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( -x_N A, \frac{Q^2 - \mathbf{q}_T^2}{2x_N A}, \mathbf{q}_T \right) \sim \left( -x_B P^+, \frac{P_h^-}{z_h}, \mathbf{q}_T \right) \rightarrow (-Q, Q, \mathbf{q}_T)$$

$$P_h^{\mu} \rightarrow \left( \frac{M_h^2}{2z_h Q}, z_h Q, \mathbf{0}_T \right)$$
IFM per stato finale:
$$x_B \sim x_N = -\frac{q^+}{P^+}$$

direzione "-" dominante 
$$z_h = \frac{P_h^-}{q^-}$$

partoni  

$$p^{\mu} = \left(xP^{+}, \frac{p^{2} + \mathbf{p}_{T}^{2}}{2xP^{+}}, \mathbf{p}_{T}\right)$$

$$k^{\mu} = \left(\frac{z(k^{2} + \mathbf{k}_{T})}{2P_{h}^{-}}, \frac{P_{h}^{-}}{z}, \mathbf{k}_{T}\right)$$

z frazione light-cone del momento del quark frammentante

|                   | +     | -     |       |
|-------------------|-------|-------|-------|
| $h \rightarrow q$ | ~ Q   | ~ 1/Q | ∫dp⁻  |
| hard              | ~ Q   | ~ Q   |       |
| $q \rightarrow h$ | ~ 1/Q | ~ Q   | ∫ dp+ |

### procedura simile a DIS inclusivo

$$2MW^{\mu\nu} = \sum_{f} e_{f}^{2} \int d^{4}p \, d^{4}k \, \delta(p+q-k)$$

$$Tr \left[\Phi(p,P,S) \, \gamma^{\mu} \, \Delta(k,P_{h},S_{h}) \, \gamma^{\nu}\right] + \begin{pmatrix} \mu \leftrightarrow \nu \\ q \leftrightarrow -q \end{pmatrix}$$
(antiquark)
$$quark \text{ "decade" in adrone non colorato confinamento  $\rightarrow$  neutralizzazione del colore}
$$Q^{2 \to \infty} \sum_{f} e_{f}^{2} \int dp^{-}dp_{T}dk^{+}dk_{T} \, \delta(p_{T}+q_{T}-k_{T})$$

$$Tr \left[\Phi(p,P,S) \, \gamma^{\mu} \, \Delta(k,P_{h},S_{h}) \, \gamma^{\nu}\right] \Big|_{k^{-}=P_{h}^{-}/z}^{p^{+}=xP^{+}} + \begin{pmatrix} \mu \leftrightarrow \nu \\ q \leftrightarrow -q \end{pmatrix}$$

$$\Phi(p,P,S) = \int \frac{d^{4}\xi}{(2\pi)^{4}} e^{-ip \cdot \xi} \, \langle P, S|\bar{\psi}(\xi) \, \psi(0)|P,S\rangle$$

$$\Delta(k,P_{h},S_{h}) = \sum_{X} \int \frac{d^{4}\zeta}{(2\pi)^{4}} e^{ik \cdot \zeta} \, \langle 0|\psi(\zeta)|P_{h}S_{h}, X\rangle \, \langle P_{h}S_{h}, X|\bar{\psi}(0)|0\rangle$$
similmente per antiquark$$

- in SIDIS {P,q,P<sub>h</sub>} non sono tutti collineari; comodo scegliere frame dove q<sub>T</sub> ≠ 0
  - $\rightarrow$  sensibilità ai momenti trasversi dei partoni nel vertice hard
  - $\rightarrow$  struttura più ricca



## Decomposizione di $\Phi$ al leading twist

Base di matrici di Dirac  $\{\mathbf{1}, \gamma^{\mu}, \gamma^{\mu}\gamma_{5}, i\gamma_{5}, i\sigma^{\mu\nu}\gamma_{5}\}$ 

$$\Phi(p, P, S) = \frac{1}{2} \left[ S \mathbf{1} + V_{\mu} \gamma^{\mu} + A_{\mu} \gamma^{\mu} \gamma_{5} + iP \gamma_{5} + iT_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \gamma_{5} \right]$$

$$S = \frac{1}{2} \operatorname{Tr}(\Phi) = C_{1}(p^{2}, p \cdot P)$$

$$V^{\mu} = \frac{1}{2} \operatorname{Tr}(\gamma^{\mu} \Phi) = C_{2} P^{\mu} + C_{3} p^{\mu} + C_{10} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} S^{\nu} P^{\rho} p^{\sigma}$$

$$A^{\mu} = \frac{1}{2} \operatorname{Tr}(\gamma^{\mu} \gamma_{5} \Phi) = C_{4} S^{\mu} + C_{5} p \cdot S P^{\mu} + C_{6} P \cdot S p^{\mu}$$

$$P_{5} = \frac{1}{2i} \operatorname{Tr}(\gamma_{5} \Phi) = C_{11} p \cdot S$$

$$T^{\mu\nu} = \frac{1}{2i} \operatorname{Tr}(\sigma^{\mu\nu} \Phi) = C_{7} P^{[\mu} S^{\nu]} + C_{8} p^{[\mu} S^{\nu]} + C_{9} p \cdot S P^{[\mu} p^{\nu]} + C_{12} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P^{\rho} p^{\sigma}$$

$$C_{10} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} S^{\nu} P^{\rho} k^{\sigma}$$
:  $\mu, \rho = +/- \Rightarrow \nu, \sigma = i (=1,2)$ 

⇒ coinvolge momenti trasversi partonici ( $\mathbf{p}_{\perp}$ ) ma C<sub>10</sub> è vincolato da T-reversal idem per C<sub>12</sub>  $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P^{\rho} k^{\sigma}$ 

#### Naive T- reversal transformation



system with some spin and momentum

flipping spin and momentum

|i >, |f > initial, final states of the system;  $\mathcal{T}_{if}$  trans. matrix;  $\mathcal{T}$ -rev.  $\rightarrow |\mathcal{T}_{if}|^2 = |\mathcal{T}_{-f-i}|^2$ 

naive *T*-reversal transformation :  $\mathcal{T}_{-i-f}$ 

$$A = |\mathcal{T}_{if}|^2 - |\mathcal{T}_{-i-f}|^2$$

$$FSI ) |i \ge \neq |f \ge ; T - rev. OK$$

$$but A \neq 0 \propto \Im m [Born \times rescatt.^*]$$

# PDF dipendenti da momento trasverso intrinseco

Proiezioni al  $\Phi^{[\Gamma]}(x,\mathbf{p}_T,S) = \int dp^- \operatorname{Tr}\left[\Phi(p,P,S)\,\Gamma\right]\Big|_{p^+ = xP^+}$ leading twist • - •  $\mathbf{f}_1 = \mathbf{\bullet}$  $\Phi^{[\gamma^+]}(x,\mathbf{p}_T,S) = f_1(x,\mathbf{p}_T^2) - \frac{\mathbf{p}_T \times \mathbf{S}_T \cdot \hat{\mathbf{P}}}{M} f_{1T}^{\perp}(x,\mathbf{p}_T^2)$  $g_{1L} = \bigcirc - \bigcirc - \bigcirc \bigcirc$  $\Phi^{\left[\gamma^{+}\gamma_{5}\right]}(x,\mathbf{p}_{T},S) = \lambda g_{1L}(x,\mathbf{p}_{T}^{2}) + \frac{\mathbf{p}_{T}\cdot\mathbf{S}_{T}}{M}g_{1T}(x,\mathbf{p}_{T}^{2})$  $\Phi^{[\gamma \cdots \gamma 5]}(x, \mathbf{p}_T, \varepsilon) = h_{1L}^{\perp} = \mathbf{p}_T^{\perp} + \mathbf{p}_{1L}^{\perp} = \mathbf{p}_T^{\perp} + \mathbf{p}_{1L}^{\perp} + \mathbf{p}_T^{\perp} + \mathbf{p}_T$  $+\frac{\left(\mathbf{p}_{T}\times\widehat{\mathbf{P}}\right)_{i}}{M}h_{1}^{\perp}$ twist 2 N<sup>↑</sup> pesata con  $\mathbf{p}_{T}$ 

### Rappresentazione di elicità di $\Phi(x, \mathbf{p}_T, S)$



$$h_1 = h_{1T} + h_{1T}^{\perp} \frac{\vec{p}_T^2}{M^2}$$

## Decomposizione di $\Delta$ al leading twist

Base di matrici di Dirac { $\mathbb{1}$ ,  $\gamma^{\mu}$ ,  $\gamma^{\mu}\gamma_{5}$ ,  $i\gamma_{5}$ ,  $i\sigma^{\mu\nu}\gamma_{5}$ }  $\Delta(k, P_{h}, S_{h}) = \frac{1}{2} [S \mathbb{1} + V_{\mu}\gamma^{\mu} + A_{\mu}\gamma^{\mu}\gamma_{5} + iP\gamma_{5} + iT_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}\gamma_{5}]$ 

Т., Г

$$\prod \left[ \dots \gamma \right] \rightarrow \qquad \Delta \left[ \gamma \right] = \sum_{X} \frac{\alpha_{\gamma}}{2\pi} e^{i\Gamma_{h} \zeta + /2} \left\langle 0 | \psi_{f}(\zeta^{+}) | P_{h}S_{h}, X \right\rangle \left\langle P_{h}S_{h}, X | \psi_{f}(0) \gamma^{-} | 0 \right\rangle$$

$$\operatorname{Tr}\left[\dots \gamma^{-} \gamma^{\mathsf{j}} \gamma_{5}\right] \longrightarrow \qquad \Delta^{\left[i\sigma^{i-}\gamma_{5}\right]} = \sum_{X} \frac{d\zeta^{+}}{2\pi} e^{iP_{h}^{-}\zeta^{+}/z} \langle 0|\psi_{f}(\zeta^{+})|P_{h}S_{h}, X\rangle$$
19-Dic-13
$$\qquad \langle P_{h}S_{h}, X|\bar{\psi}_{f}(0) i\sigma^{i-}\gamma_{5}|0\rangle \qquad 29$$

Correlatore con momento trasverso intrinseco

$$\Delta^{[\Gamma]}(z, \mathbf{P}_{hT}, S_h) = \frac{1}{4z} \int dk^+ \operatorname{Tr}\left[\Delta(k, P_h, S_h) \,\Gamma\right]\Big|_{k^- = P_h^-/z} \qquad \mathbf{N}$$

Proiezioni al leading twist





<u>Rappresentazione di elicità di  $\Delta$  (z, **P**<sub>hT</sub>, S<sub>h</sub>)</u>

19-Dic-13

naïve T-odd <sup>31</sup>

 $\Lambda' \stackrel{P_h}{\longrightarrow} \stackrel{P_h}{\longrightarrow} \stackrel{P_h}{\longrightarrow}$ 

Δ

Λ





 $e p^{\uparrow} \to e' \pi^{\pm} X$ 

Airapetian *et al.*, HERMES P.R.L. **94** (05) 012002



$$\begin{split} N^{\uparrow} &= p^{\uparrow} = \left\{ u^{\uparrow} d^{\downarrow} u^{\uparrow} \right\} \\ \vec{k}(\parallel \hat{z}) \, \times \, \vec{P}_{h}(\parallel \hat{x}) \, \cdot \, \vec{S}_{T}(\parallel \hat{y}) \to \sin \phi_{C} > 0 \end{split}$$

 $\phi_S = \pi/2 \\ \phi = 0$   $\sin(\phi + \phi_S) > 0$ 

Congettura semi-classica : poichè γ<sup>\*</sup> colpisce q<sup>↑</sup> si forma una stringa di forza di colore; quando la stringa si rompe, si forma un quarkonio con spin 1 e momento angolare orbitale opposto; tale momento angolare orbitale e determina l' asimmetria azimutale nell' emissione dell' adrone finale

(Artru, hep-ph/9310323)





<u>effetto Sivers in SIDIS</u>  $e p^{\uparrow} \rightarrow e' \pi^{\pm} X$ chiral even chiral-odd Δ Q↑  $\mathbf{q}^{
ightarrow}$ q Δ  $H_1^{\perp}$  $D_1$ π  $|\mathbf{k}|$  $\frac{q}{\sqrt{}}$ chiral chiral-odd Φ even Φ Q↑ q q→  $f_1$ h₁⊥ р p↑ = T  $\mathbf{f}_{1T}^{\perp}$  $h_1, h_{1T}^{\perp}$  $g_{1T}$  $\frac{d^{6}\sigma_{_{OT}}}{dx\,dy\,dz\,d\phi_{_{S}}\,d\mathbf{P}_{h\perp}} = \frac{2\alpha^{2}}{sxy^{2}}\sum_{f,\bar{f}}e_{f}^{2}\left\{ \mathbf{A}(y)\,\mathcal{F}\left[f_{1}^{f}(x,\mathbf{p}_{_{T}}^{2})\,D_{1}^{f}(z,\mathbf{P}_{_{hT}}^{2})\right] - |\mathbf{S}_{_{T}}|\,\mathbf{B}(y)\,\sin(\phi_{h}-\phi_{_{S}})\,\mathcal{F}\left[\frac{\mathbf{p}_{_{T}}\cdot\hat{\mathbf{P}}_{h\perp}}{M}\,f_{1_{T}}^{\perp\,f}(x,\mathbf{p}_{_{T}}^{2})\,D_{1}^{f}(z,\mathbf{P}_{_{hT}}^{2})\right] \right\}$  $A_{UT} = \left| \int d\phi_h d\phi_s \sin(\phi_h - \phi_s) \left[ d\sigma^{\uparrow} - d\sigma^{\downarrow} \right] \right| / \left| \int d\phi_h d\phi_s \left[ d\sigma^{\uparrow} + d\sigma^{\downarrow} \right] \right|$ 19-Dic-13 35

## <u>effetto Sivers e relativa Single Spin Asymmetry</u>

$$\frac{\int d\phi_h \sin(\phi_h - \phi_s) \left( d\sigma^{\uparrow} - d\sigma^{\downarrow} \right)}{\int d\phi_h \left( d\sigma^{\uparrow} + d\sigma^{\downarrow} \right)} \propto - |\mathbf{S}_T| \frac{B(y)}{A(y)} \frac{\sum_{f\bar{f}} e_f^2 f_{1T}^{\perp f(1)}(x) D_1^f(z)}{\sum_{f\bar{f}} e_f^2 f_1^f(x) D_1^f(z)}$$



 $\pi^+$  positivo  $\rightarrow f_{1T}^{\perp u}$  negativa  $f_{1T}^{\perp d}$  positiva (piccola)

#### (continua) u mostly over here fill Kick fill Kick $\pi$ + $\phi_S = \pi/2$ $\phi = \pi$ $\sin(\phi - \phi_S) > 0$

possibile interpretazione:  $N^{\uparrow} \rightarrow distribuzione asimmetrica$ nel piano trasverso:*u*vaa x>0 e*d*va a x<0 $perché <math>S_{y} \neq 0 \rightarrow L_{q} \neq 0$   $\gamma$  colpisce *u* che viene deflesso a x<0 per confinamento (forza colore attrattiva); opposto per *d* (Burkardt, Phys. Rev. D66 ('02) 114005)

effetto diretto del momento angolare orbitale dei quark

### esempio di deflessione per quark *d* a x>0

