Meccanica   20 settembre 2012

Problema 1 (1 punto): Una sfera metallica di massa *m*=50 g cade con velocità iniziale nulla da una altezza *h*=20 m sopra uno strato di sabbia nel quale penetra per un tratto *d*= 30 cm prima di fermarsi. Supponendo che il moto della sferetta nella sabbia sia uniformemente ritardato, la forza frenante è costante.
Quanto vale in questo caso l'intensità della forza ?
Soluzione:
Dalla conservazione dell'energia:
$mg(h+d)=Fd$, da cui $F=mg(h+d)/d$ = 33,2 N

Problema 2 (1 punto) : Un carrello di massa *M*=200 kg si muove con attrito trascurabile lungo un binario orizzontale e rettilineo, con modulo della velocità *V*=72 km/h. Una persona di massa m=50 kg, in piedi sulla parte posteriore del carrello, salta giù dal carrello. Dopo l'urto, la velocità relativa della persona rispetto al carrello vale in modulo *u*=5 m/s ed ha direzione parallela al binario.
Si calcolino i moduli delle velocità del carrello e della persona subito dopo l'urto.
Soluzione:
Dalla conservazione del momento e dalla somma delle velocità si ottiene:

$$(M+m)V = mv_1 + mv_2, \qquad v_1 - v_2 = u$$

Risolvendo il sistema:

$$v_2 = \frac{(M+m)V - Mu}{M+m} = 16\frac{m}{s}, \qquad v_1 = 21\, m/s$$

Problema 3 (1 punto) : Una palla di gomma di massa *m*=0.1 kg urta perpendicolarmente con velocità v_0 contro una parete orizzontale e rimbalza indietro con modulo della velocità $v_0/2$. Si calcoli l'intensità media *F* della forza sviluppata dalla parete ed il lavoro *L* compiuto da questa forza, se la durata dell'urto e t=0.05 s e v_0= 20 m/s.
Soluzione:

$$Ft = m\frac{v_0}{2} - (-mv_0) = \frac{3}{2}mv_0 \;\rightarrow\; \mathrm{F} = \frac{3}{2}\frac{mv_0}{t} = 60\ \mathrm{N}$$

$$L = \frac{1}{2}\, m\frac{v^2}{4} - \frac{1}{2}\, mv^2 = -15\, J$$

Problema 4 (2 punti) : un cannone di massa M=500 kg spara un proiettile di massa m=10 kg. Rispetto a terra la velocità del proiettile forma un angolo α= 30° e ha modulo v_o=250 m/s. Il cannone rincula orizzontalmente. Trascurando tutti gli attriti si calcoli:

Il modulo della velocità di rinculo del cannone;

L'energia liberata dall'esplosivo.

Soluzione:

Dalla conservazione del momento sull'asse orizzontale:

$$V = \frac{m v_0 \cos \propto}{M} = 4{,}3\,\frac{m}{s}$$

$$E = \frac{1}{2} m\, v_0^2 \quad + \frac{1}{2} M V^2 = 3.17\ \cdot 10^5\ J$$

Problema 5 (2 punti) : Un rullo cilindrico pieno e omogeneo, di raggio r=10 cm, si trova in quiete e in posizione di equilibrio nel punto A a contatto della superficie interna di un contenitore cilindrico, di raggio R=0.6 m. A un certo istante il rullo viene mosso in modo che esso rotoli senza strisciare sulla superficie del contenitore.

Si determini il modulo minimo della velocità v_{min} iniziale dell'asse del rullo affinché questo arrivi nella posizione di massima quota B senza staccarsi dalla superficie del contenitore. (Il momento di inerzia del rullo rispetto all'asse centrale è $mr^2/2$).

Soluzione:

L'energia del rullo è data da: $E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{3}{4} m v^2$.

Dalla conservazione dell'energia durante il moto:

$$\frac{3}{4} m v_{\text{min}}^2 = \frac{3}{4} m v^2 + 2\, mg(R - r)$$

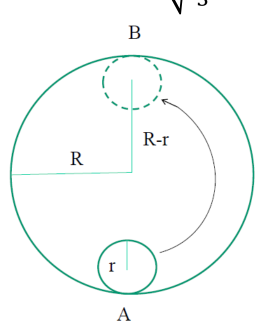
Dall'equilibrio tra forza peso e reazione centripeta nel punto B:

$$\frac{m v^2}{(R - h)} = mg \ \rightarrow \ \ v^2 = g(R - r)$$

Sostituendo questo valore di v nella equazione precedente, si ottiene

$$v_{\text{min}}^2 = \ v^2 + \frac{8}{3}\, g(R - h) \ \ = \frac{11}{3}\, g(R - r)$$

Da cui $v_{\text{min}} = \ \sqrt{\frac{11}{3}\, g(R - r)} = 4{,}24\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$



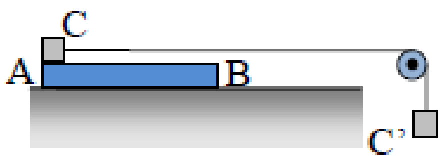
Problema 6 (3 punti)

Una sbarretta *AB* di lunghezza l = 0.6 m e massa M = 2 kg giace su un piano orizzontale scabro; il coefficiente di attrito dinamico tra sbarra e piano vale μ_S = 0.02. Un corpo C di dimensioni trascurabili e massa $m = M/4$ si trova all'estremità A della sbarra ; il coefficiente di attrito dinamico tra corpo e sbarra vale $\mu_C = 10\mu_S$. Il corpo C è collegato tramite un filo inestensibile e di massa trascurabile parallelo al piano ed una carrucola ideale (il punto B della sbarra giace tra A e la carrucola) ad un altro corpo C' di dimensioni trascurabili e massa m (uguale alla massa di C) soggetto alla forza peso. Inizialmente tutto il sistema è fermo tenendo bloccato C'. Ad un certo istante si sblocca C', ed il sistema si mette in moto. Determinare:

a) il modulo T della tensione del filo durante lo scorrimento di C sulla sbarra ;

b) il modulo a_S dell'accelerazione della sbarra rispetto al piano;

c) il modulo v'_C della velocità del corpo C relativamente alla sbarra quando esso arriva all'estremo B;



Soluzione:

a) $$\begin{cases} ma_C = T - F_{ad,C} \\ ma_{C'} = mg - T \\ a_C = a_{C'} \end{cases} \Rightarrow \quad T = \frac{1}{2}(mg + F_{ad,C}) = \frac{1}{2}mg(1+\mu_C) = \frac{Mg}{8}(1+10\mu_S) = 2.94\text{N}$$

b) $$Ma_S = F_{ad,C} - F_{ad,S} = mg\mu_C - (m+M)g\mu_S = \frac{Mg}{4}(\mu_C - 5\mu_S) = \frac{5}{4}\mu_S Mg \quad \Rightarrow \quad a_S = \frac{5}{4}\mu_S g = 0.245 \text{ m/s}^2$$

c) $$a_C = g - \frac{T}{m} = g - \frac{g}{2}(1+\mu_C) = \frac{g}{2}(1-10\mu_S); \quad \Rightarrow \quad a'_C = a_C - a_S = \frac{g}{2}(1-10\mu_S) - \frac{5}{4}\mu_S g = \frac{g}{4}(2-25\mu_S)$$

$$v'_C = \sqrt{2a'_C \ell} = \sqrt{\frac{g\ell}{2}(2-25\mu_S)} = 2.1 \text{ m/s}$$

Risultati

n. di matricola	punti
389689	2,4/10
398977	0,5/10
399776	4,0/10
399236	3,0/10
399356	6.5/10
399022	4,0/10
399927	1,0/10
399038	2,4/10
402448	0,5/10
404671	0,5/10
391687	5,0/10