

0.1 Temi d'esame del 1 febbraio 2005

- 1) Un sistema si compone di 10 pezzi in serie, ognuno con probabilità di guasto do 0.2 entro il tempo considerato. Calcolare la probabilità di guasto del sistema.
- 2) Un'officina produce alla settimana 50 pezzi con una varianza di 49 pezzi. Applicando la disuguaglianza di Tchebychev, come si può valutare la probabilità di produrre in una settimana tra 40 e 60 pezzi?
- 3) Un campione del tempo di vita di 100 lampadine ha una media di 5000 ore ed una deviazione standard di 125 ore. Trovare l'intervallo di confidenza al 95% per media e deviazione standard.
- 4) Per stabilire se un nuovo tipo di cemento ha maggiori doti di resistenza, i carichi di rottura in tonnellate di un campione di 5 travi col nuovo cemento vengono confrontati coi valori di un campione di 10 vecchie travi. I valori delle medie e delle varianze dei due campioni sono:
campione nuovo: media $m = 14.3$ tonnellate, varianza $s^2 = 2.5$
campione vecchio: media $m = 12.3$ tonnellate, varianza $s^2 = 2.8$
Dire se il nuovo cemento è migliore ad un livello del test del 2% e spiegare il significato statistico del risultato.
- 5) La distribuzione di 2984 intertempi in un processo di conteggio poissoniano è la seguente

intervallo di tempo(s)	0 – 2	2 – 4	4 – 6	6 – 8	8 – 10
prove	1898	715	261	86	24

Verificare se i dati sono in accordo con un intertempo medio di 2 s.

0.2 Soluzioni

1) Probabilità di guasto = $1 - (1 - p)^n = 0.89$.

2) $P\{|X - 50| < 1.43\sigma\} > 1 - 1/1.43^2 = 0.51$.

3) $\mu = 5000 \pm 24$, $110 < \sigma < 145$.

4)

$$\frac{14.3 - 12.39}{\sqrt{0.707^2 + 0.529^2}} = 2.27$$

Eseguendo il test ad una coda si trova un livello di significatività di circa 1.1%. Il test è superato: il nuovo cemento è migliore del vecchio, con una probabilità di sbagliare $< 2\%$.

5) Trascurando la piccola percentuale di eventi con intertempi maggiori di 10 s, il numero di eventi teorico nell'intervallo (t_1, t_2) si calcola con la formula:

$$N(t_1, t_2) = N \int_{t_1}^{t_2} \lambda \exp(-\lambda t) dt = N(e^{-\lambda t_1} - e^{-\lambda t_2}),$$

dove $N = 2984$ e $\lambda = 0.5$.

Si ottiene il seguente χ^2 :

$$\chi^2 = \frac{(1898 - 1886)^2}{1886} + \frac{(715 - 693)^2}{693} + \frac{(261 - 255)^2}{255} + \frac{(86 - 94)^2}{94} + \frac{(24 - 35)^2}{35} = 5.054.$$

Il χ^2 ridotto, con 4 gradi di libertà, vale 1.263, con un livello di significatività di circa il 30%. I dati sono in accordo con la distribuzione esponenziale.