0.1 Temi d'esame del 14 febbraio 2006

1) Un campione di dimensione N estratto dalla popolazione normale fornisce i valori

$$\sum_i x_i = 110 \ , \quad \sum_i x_i^2 = 720 \ .$$

Stimare la media vera μ dal campione con CL=90% nel caso di $N = 50$.

2) In un esperimento di astrofisica si misura uno sciame cosmico particolare ogni 90 minuti. Ogni quanti minuti ci si aspetta di osservare più di 2 sciami in un intervallo di 90 minuti?

3) Un procedimento sperimentale misura delle lunghezze con un errore nominale $\sigma = 0.122\ mm$. Se la varianza di un campione sperimentale di 25 elementi vale $s^2 = 0.038\ mm^2$ si può asserire che il campione segue l'errore nominale?

4) Il valore teorico di un conteggio è di 30 conteggi/s. In cinque prove indipendenti ognuna di 10 secondi si sono registrati i valori

$$290 \quad 318 \quad 295 \quad 270 \quad 332 \ .$$

a) Valutare a che livello i dati sono compatibili col modello.
b) Trovare la frequenza sperimentale con errore.

5) In 650 prove l'evento A è comparso 345 volte.

1. Valutare se $P(A) > 0.5$ ad un livello 3σ rispetto a $P(A) = 0.5$;
2. quanti eventi di tipo A dovrebbero accadere in 650 prove per affermare con $CL = 99\%$ che $P(A) > 0.5$?;
3. con una frequenza osservata per l'evento A pari a $f(A) = 0.531$, quante prove sarebbero necessarie per affermare che $P(A) > 0.5$ con $CL = 99\%$?

0.2 Soluzioni

1) Per $N = 50$ si ha $\mu = 2.2 \pm 0.7$.

2) La $P \geq 3$ eventi in 90 minuti è $1 - e^{-\mu}(1 + \mu + \mu^2/2!) = 0.08$ dato che $\mu = 1$. Occorrono $1/0.08 = 12.5$ intervalli di 90 minuti per osservare l'evento. Pertanto $T = 90/0.08 = 1125$ minuti.

3) $\chi^2_R(24) = 0.038/0.0149 = 2.55$ Dato che $P(\chi^2) < 0005 = 1.9$, il campione non segue l'errore nominale.

4) a) $\chi^2(5) = 7.91$, $SL \simeq 20\%$, i dati sono compatibili. b) $1505/50 \pm \sqrt{1505}/50 = 30.1 \pm 0.8$ eventi/s

5) 1.) $f = 345/650 = 0.531$, $|(0.531 - 0.500)/\sqrt{0.531(1 - 0.531)/650}| = 1.58$ ed il segnale $P(A) > 0.5$ è ad un livello $< 3\sigma$.
2.) $325 + 2.33\sqrt{325(1 - 0.5)} = 355$
3.) Da $(f - p)/\sqrt{p(1 - p)/N} = 2.33$ con $p = 1/2$ ed $f = 0.531$ si ricava $N = 1412$.