0.1 Temi d'esame del 24 luglio 2003

1) E' data la funzione di ripartizione:

$$F(x) = ax^2 \ , \quad 0 \leq x \leq 2$$

Determinare il coefficiente a, la densità di probabilità, la media, la varianza e la probabilità dell'intervallo $\mu \pm \sigma$.

2) Lanciando un dado 120 volte si ottiene il seguente risultato

faccia	1	2	3	4	5	6
n. di volte	24	17	12	22	$45 - x$	x

Trovare l'ntervallo dei valori di x per i quali il risultato soddisfa l'ipotesi di dado non truccato ad un livello del 2.5%

3) Dopo l'introduzione del nuovo codice della strada le morti per incidente nel fine settimana sono diminuite da 60 a 33. Qual'è la probabilità di sbagliare affermando che il calo è merito del nuovo codice?

4) Se $R_1 = 1000\ \Omega$ e $R_2 = 3000\ \Omega$, si calcoli il valore dell parallelo

$$R_{||} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

e la relativa incertezza totale (errore massimo, CL=100%), sapendo che le due resistenze hanno entrambe una tolleranza totale Δ del 5%

5) Una sorgente radioattiva ha una intensità $n = 200$ conteggi/s. I decadimenti vengono contati da un rivelatore con efficienza $p = 0.5$. Tenendo conto che gli eventi dalla sorgente seguono una distribuzione poissoniana, determinare la media μ e la deviazione standard σ della distribuzione dei conteggi del rivelatore.
(Suggerimento: combinare le fluttuazioni poissoniane con quelle binomiali e commentare il risultato)

0.2 Soluzioni

1) $a = 1/4$; $p(x) = x/2\,, 0 \leq x \leq 2$; $\mu = 4/3$; $\sigma^2 = 2/9$;
$P\{\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma\} = 0.628$.

2) $13.8 \leq x \leq 31.2$:

3) Dal test della differenza si ottiene $t = (60 - 33)/\sqrt{60 + 33} = 2.8$, da cui $P\{T > 2.8\} = 2.6\,10^{-3}$.

4) $R_{||} = 750 \pm 37\ \Omega$, pari ad un errore relativo di circa il 5%;

5) $\mu = np = 100$; $\sigma^2 = p^2\,n + np(1-p) = np$, quindi $\mu \pm \sigma = 100 \pm 10$. La distribuzione è poissoniana, come risulta dalla distribuzione binomiale quando il numero dei tentativi è una vaiabile di Poisson (vedi par. 6.13, pag. 212)