

CLASSE DELLE LAUREE TRIENNALI DELLE PROFESSIONI SANITARIE DELLA RIABILITAZIONE

DINAMICA DEI FLUIDI con applicazioni al sistema circolatorio

- ✓ **PORTATA**
- ✓ **PRESSIONE**
- ✓ **MOTO STAZIONARIO**
- ✓ **APPLICAZIONI AL SISTEMA CIRCOLATORIO**
- ✓ **MOTO LAMINARE, VISCOSITA' E MOTO TURBOLENTO**
- ✓ **MISURA PRESSIONE ARTERIOSA**

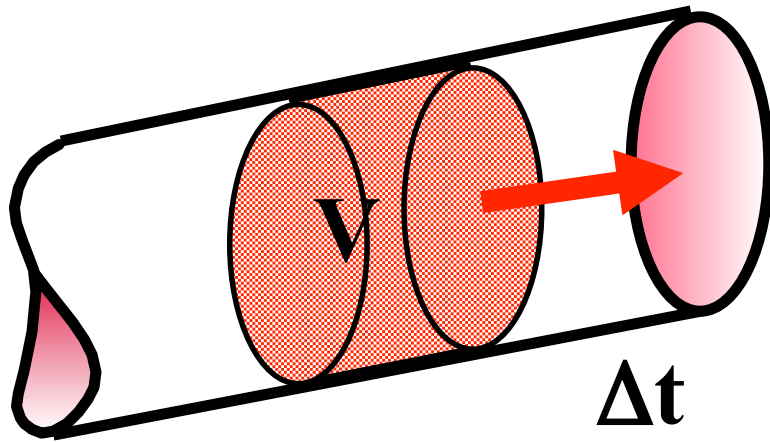
A. A. 2015 - 2016

Fabrizio Boffelli

Portata di un fluido

$$\text{portata} = \frac{\text{volume di fluido}}{\text{intervallo di tempo}}$$

$$Q = V/\Delta t$$



SI	cgs	pratico
m^3/s	cm^3/s	l/min

Portata del sangue:

Es.

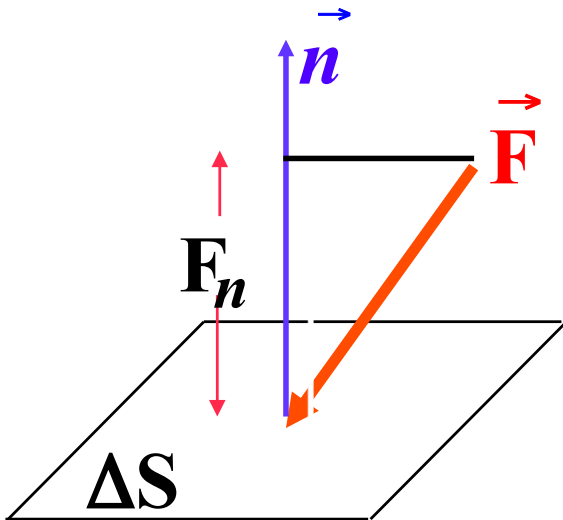
$$5 \text{ l}/\text{min} = (5000 \text{ cm}^3)/(60 \text{ s}) = 83.33 \text{ cm}^3/\text{s}$$

Pressione (grandezza scalare)

pressione = $\frac{\text{componente perp. della forza}}{\text{superficie}}$

$$P = F_n / \Delta S$$

$$Pa = N/m^2$$



SI	cgs	pratici
pascal	baria	atm, mmHg

Relazione tra pascal e baria:

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = (10^5 \text{ dine}) / (10^4 \text{ cm}^2) = 10^{5-4} \text{ dine/cm}^2 = 10 \text{ barie}$$

Es.

atmosfere e mmHg

Pressione atmosferica

Torricelli: a livello del mare, la pressione esercitata dall'aria equivale a quella di una colonna di mercurio alta 760 mm

Unità di misura pratiche di pressione:

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} \quad 1 \text{ mmHg (torr)} = (1/760) \text{ atm}$$

Relazione tra atmosfera e pascal: (*v.* → *pressione idrostatica*)

$$p = dgh = (13.6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3) \cdot (9.8 \text{ m/s}^2) \cdot (0.76 \text{ m}) \approx 101200 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ atm} = 1.012 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1.012 \cdot 10^6 \text{ barie}$$

Pressione sanguigna (sempre in mmHg):

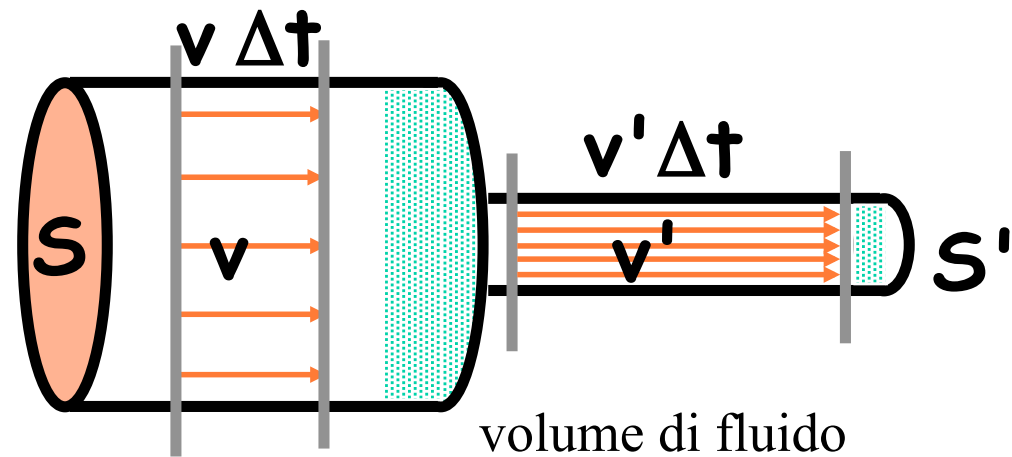
$$\begin{aligned} 120 \text{ mmHg} &= (120/760) \text{ atm} = 0.158 \text{ atm} = \\ &= 0.158 \cdot (1.012 \cdot 10^5) \text{ Pa} \approx 16000 \text{ Pa} = 160000 \text{ barie} \end{aligned}$$

Es.

Equazione di continuità - 1

Def. MOTO STAZIONARIO:

$Q = \text{costante}$
nel tempo
in ogni sezione

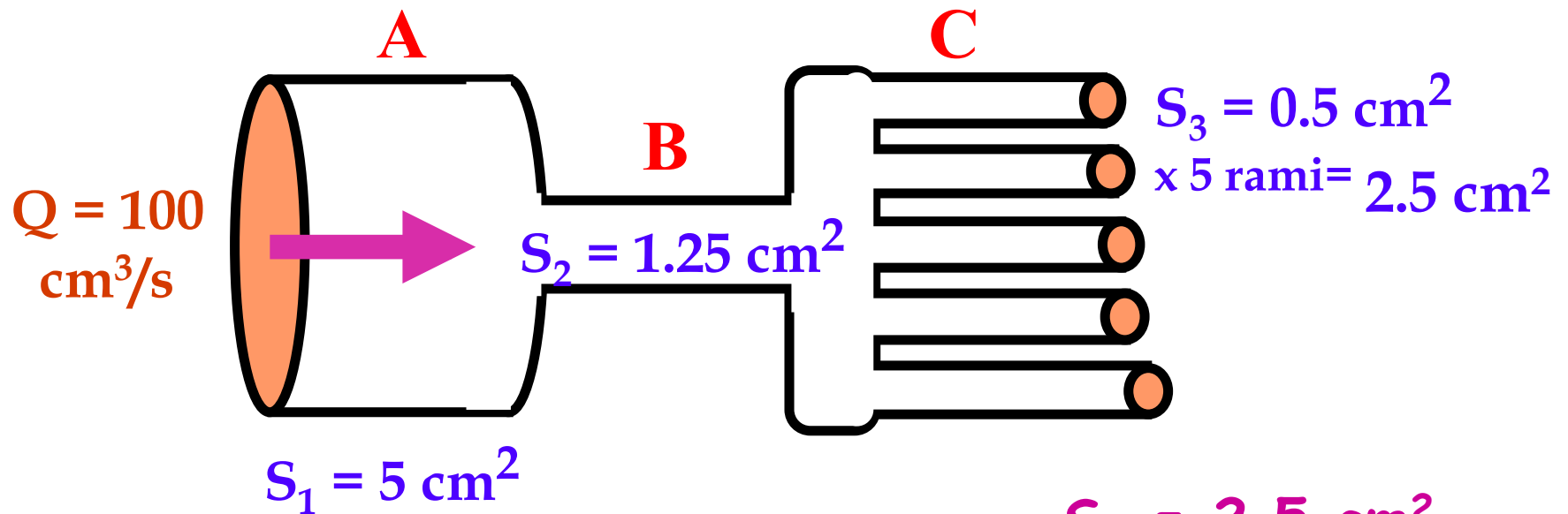


Nello stesso intervallo di tempo Δt : ~~$Sv\Delta t = S'v'\Delta t$~~

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S v \cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}} = S v = \text{costante}$$

Equazione di continuità - 2

Se il condotto si apre in più diramazioni, bisogna considerare la superficie totale.



$$S_1 = 5 \text{ cm}^2$$

$$v_1 = Q/S_1 = 20 \text{ cm/s}$$

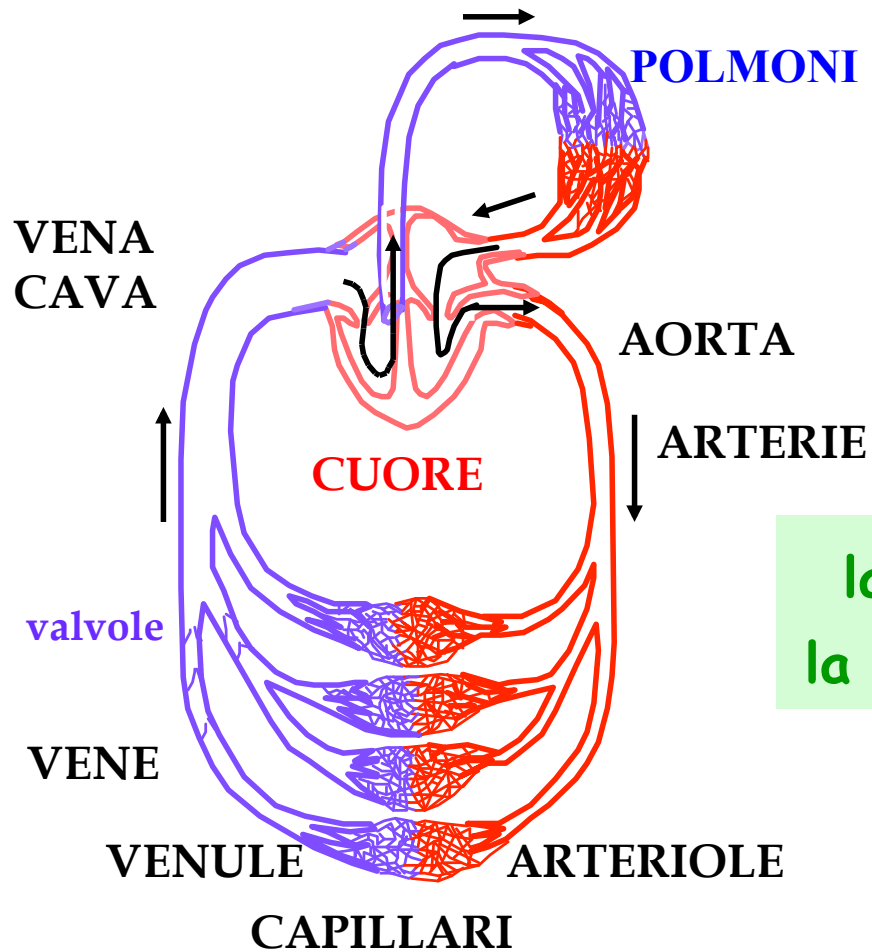
$$S_2 = 1.25 \text{ cm}^2$$

$$v_2 = Q/S_2 = 80 \text{ cm/s}$$

$$S_3 = 2.5 \text{ cm}^2$$

$$v_3 = Q/S_3 = 40 \text{ cm/s}$$

Sistema circolatorio - 1

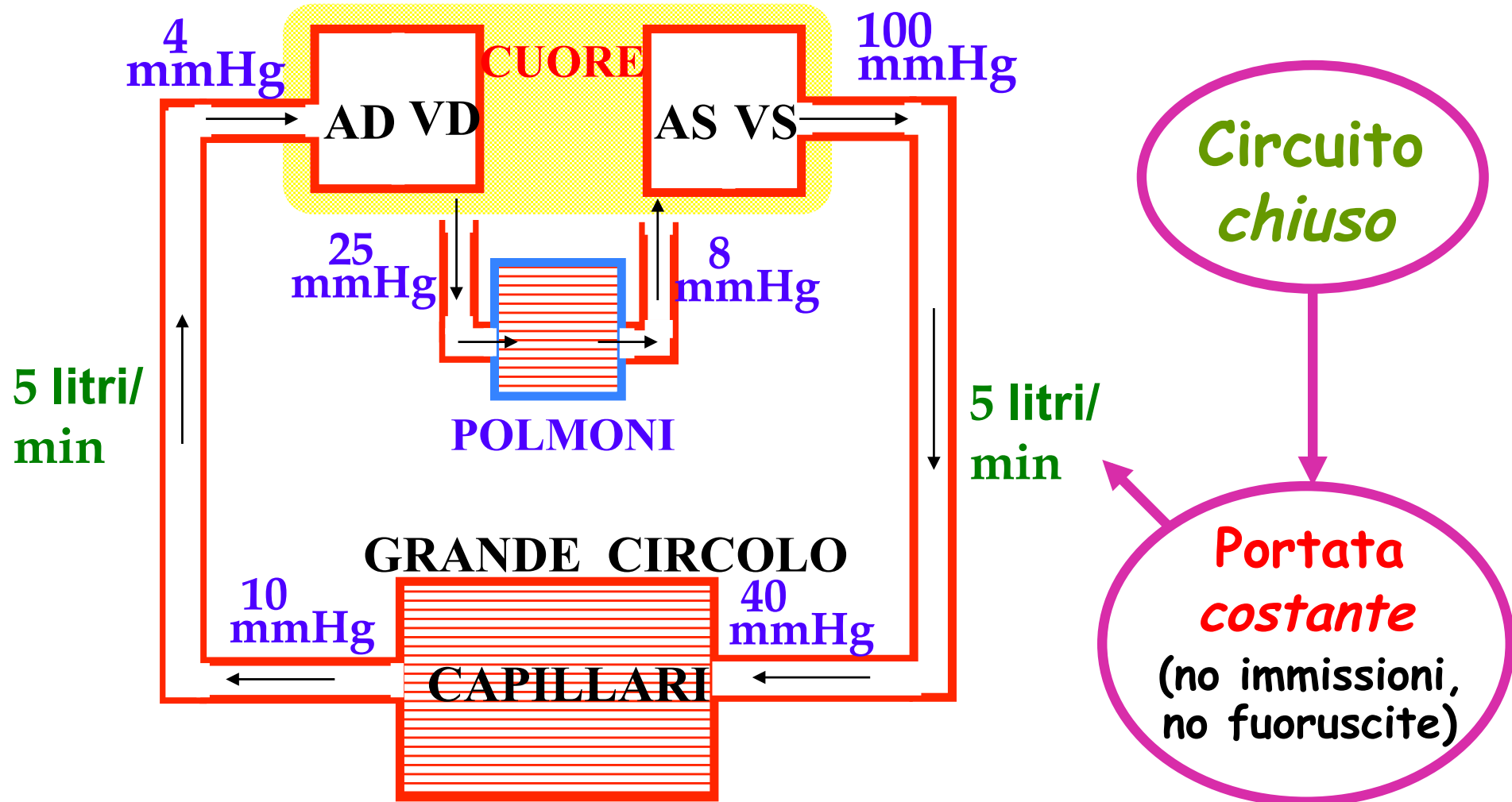


*Sperimentalmente si vede che
nel passaggio
aorta → arterie → arteriole →
→ capillari →
→ venule → vene → vena cava*

la **pressione** diminuisce sempre, mentre
la **velocità** prima diminuisce e poi aumenta

Perché? →

Sistema circolatorio - 2

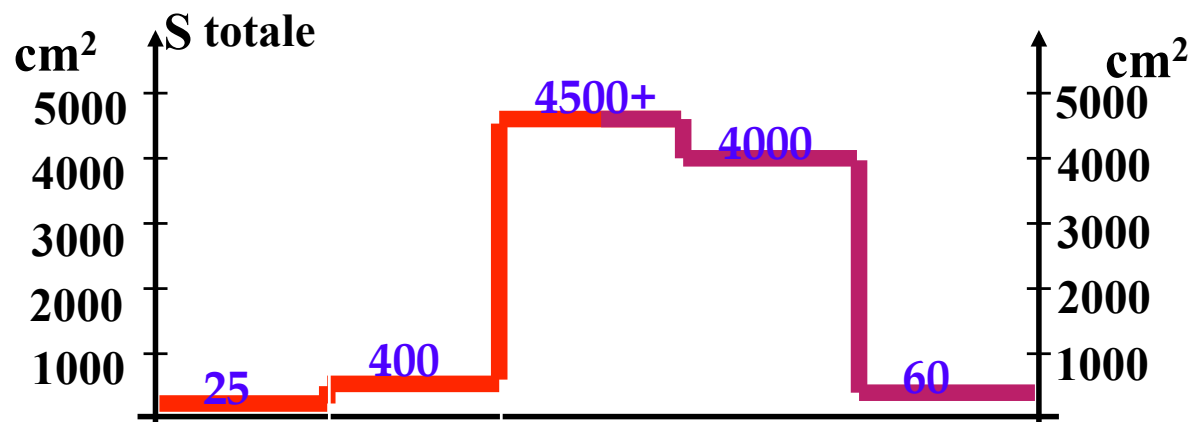
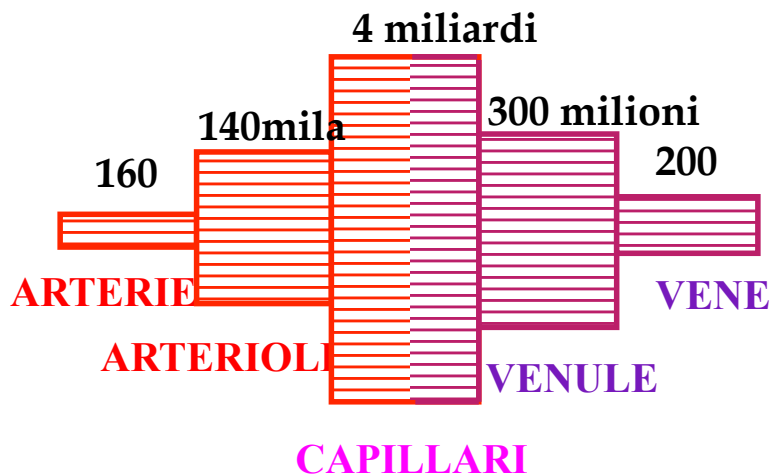


Sistema circolatorio - 3

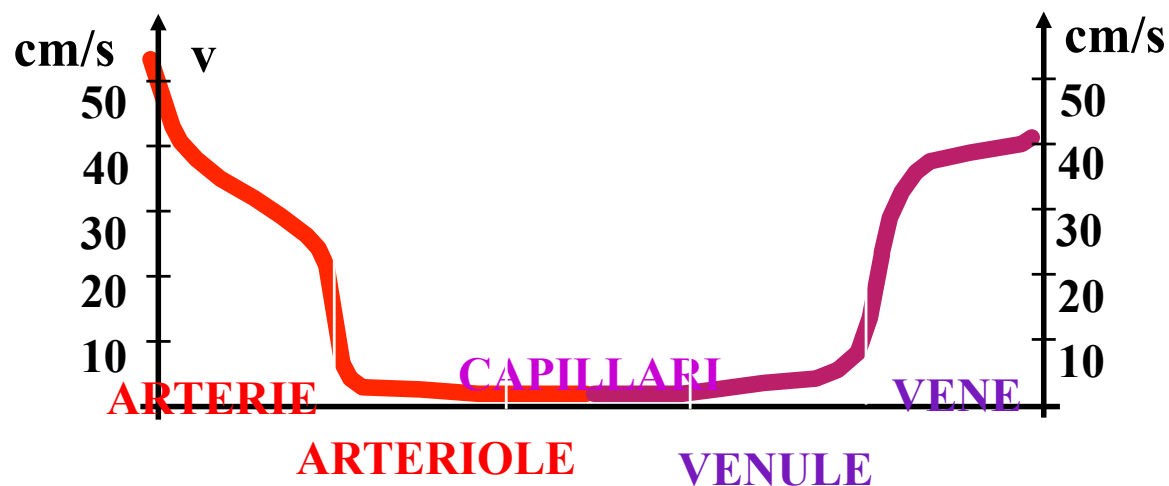
- ☀ pressione media (nel tempo) → deve sempre diminuire
- ☀ velocità media (nel tempo) → diminuisce poi aumenta

CUORE	velocità media (cm/s)	pressione media (mmHg)
AORTA	50÷40	100
ARTERIE	40÷10	100÷40
ARTERIOLE	10÷0.1	40÷25
CAPILLARI	<0.1	25÷12
VENULE	<0.3	12÷8
VERNE	0.3÷5	8÷3
VENA CAVA	5÷25	2

Velocità del sangue - 1



Nei capillari la velocità è bassissima perché il loro numero è altissimo -> sezione "grande" -> vel. "piccola" (eq. continuità: $Sv = \text{costante}$)



Velocità del sangue - 2

Portata del sangue:

Es.

$$Q = 5 \text{ l/min} = (5000 \text{ cm}^3)/(60 \text{ s}) = 83.33 \text{ cm}^3/\text{s}$$

Velocità del sangue nei vari distretti:

Es.

AORTA (r=0.8 cm)	$S = \pi r^2 \approx 2 \text{ cm}^2$	$v = Q/S \approx 40 \text{ cm/s}$
ARTERIOLE	$S \approx 400 \text{ cm}^2$	$v = Q/S \approx 0.2 \text{ cm/s}$
CAPILLARI	$S \approx 4000 \text{ cm}^2$	$v = Q/S \approx 0.02 \text{ cm/s}$
VENA CAVA (r=1.1 cm)	$S = \pi r^2 \approx 4 \text{ cm}^2$	$v = Q/S \approx 20 \text{ cm/s}$

la bassissima velocità del sangue nei capillari (~0.2 mm/s) permette gli scambi di sostanze (reazioni chimiche) necessari alla vita.

Caratteristiche di un fluido

Def. FLUIDO: sostanza senza "forma" propria
(assume la forma del recipiente che lo contiene)
liquido: volume limitato dalla superficie libera
gas: diffusione nell'intero volume disponibile

fl. omogeneo: caratteristiche fisiche (*ad es. la densità*)
costanti

fl. disomogeneo: caratteristiche fisiche *non* costanti

Sangue

Es.

(sospensione di cellule in soluzione acquosa di sali e molecole organiche)
a livello macroscopico è omogeneo, a livello microscopico è disomogeneo

Moto di un fluido in un condotto

Tipo di moto:

stazionario → portata costante nel tempo
pulsatile → portata variabile in modo periodico

Tipo di condotto:

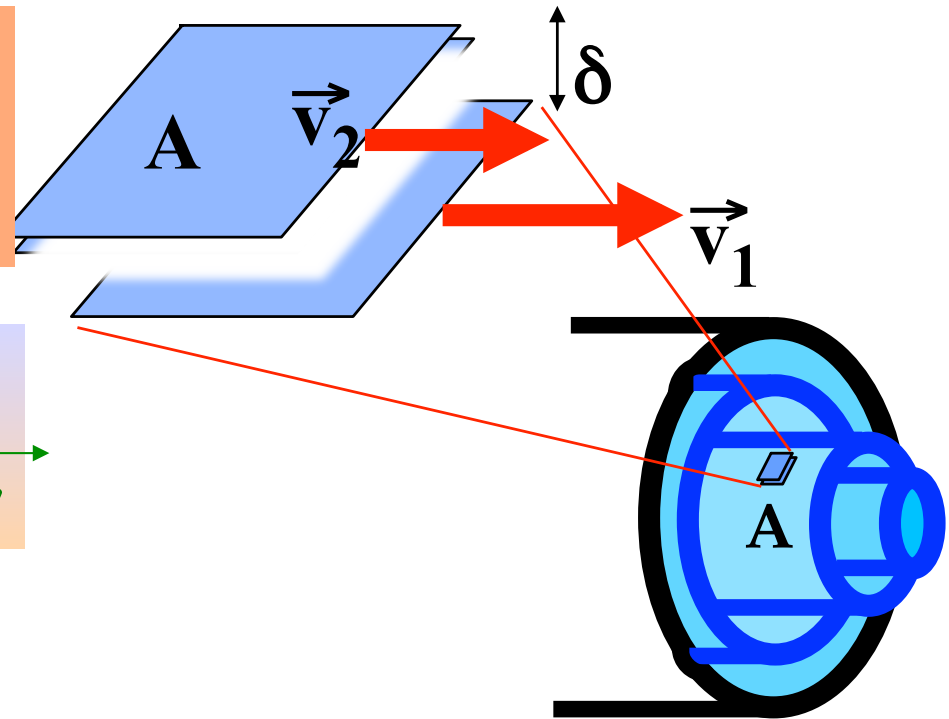
rigido → non cambia forma (sottoposto a qualunque forza)
deformabile → cambia forma se sottoposto a una forza
→ deformaz.elastica
→ deformaz.*non* elastica → *arterie e vene*

Tipo di fluido:

ideale → senza attriti (=non viscoso)
reale → con attriti (=viscoso)

Regime laminare

Modello di fluido come
lamine che scorrono
le une sulle altre (con attrito)



Forza di attrito:
si oppone al moto: $\vec{F}_A \propto -\vec{v}$

$$\vec{F}_A = -\eta A \frac{\vec{v}}{\delta}$$

$\vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ = velocità *relativa* tra lamine
 A = area lamina
 δ = distanza tra lamine
 η = coefficiente di viscosità

Viscosità

$$\vec{F}_A = -\eta A \frac{v}{\delta}$$

η coefficiente di viscosità

Unità di misura cgs:
poise = g/(s·cm)

La viscosità diminuisce al crescere della temperatura.

Acqua

a 0° $\eta_{\text{acqua}} = 0.0178$ poise a 20° $\eta_{\text{acqua}} = 0.0100$ poise

Sangue

Plasma: $\eta_{\text{plasma}} = 1.5 \eta_{\text{acqua}}$ (*liquido in cui sono sospese le cellule sanguigne*)

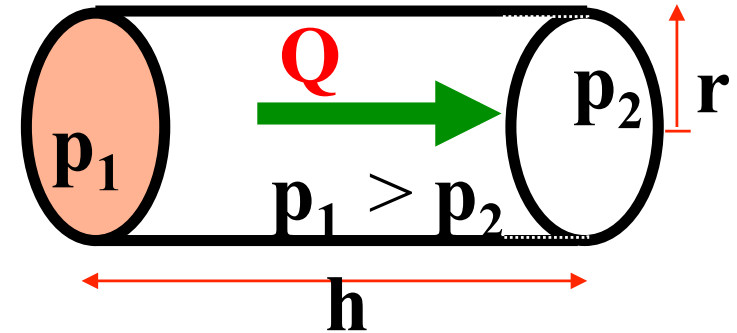
Sangue con ematocrito (% eritrociti) 40%: $\eta_{\text{sangue}} = 5 \eta_{\text{acqua}}$

Es.

Moto in regime laminare (1)

Condizione per il moto di un liquido *reale*:
differenza di pressione

$$Q = \frac{\pi r^4}{8 \eta h} (p_1 - p_2)$$



(legge di Hagen-Poiseuille)

la portata è direttamente proporzionale alla differenza di pressione tra gli estremi del condotto e a r^4 , ed è inversamente proporzionale al coefficiente di viscosità e alla lunghezza del condotto



J. Poiseuille

Moto in regime laminare (2)

$$Q = \frac{\pi r^4}{8 \eta h} (p_1 - p_2)$$

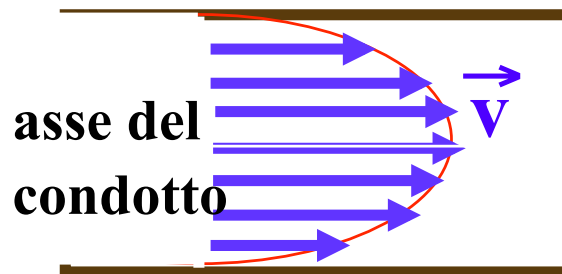
$$Q \propto \Delta p$$

$$Q = \Delta p / R$$

(ponendo $R = 8 \eta h / \pi r^4$)

Resistenza meccanica
di un condotto

(dipende da:
raggio e lunghezza del tubo,
viscosità del liquido)



La velocità è maggiore
al centro del condotto
(profilo parabolico)
Il moto è silenzioso

Regime turbolento

Quando la velocità supera un certo **valore critico**, il modello laminare non funziona più: il moto si fa disordinato e si creano **vortici**



la portata non è più direttamente proporzionale alla differenza di pressione, ma alla sua radice quadrata:

$$Q \propto \sqrt{\Delta p}$$

-> per ottenere la stessa portata, serve una Δp decisamente maggiore

La velocità non ha più un profilo regolare
Il moto è **rumoroso**

Moto dei fluidi: sintesi

MOTO STAZIONARIO di un LIQUIDO REALE
e OMOGENEO in un CONDOTTO RIGIDO

*approx.
iniziale*

REGIME LAMINARE

- lamine, profilo velocità parabolico
- $Q \propto \Delta p$
- silenzioso (conservazione dell'energia)

$v > v_c$

REGIME TURBOLENTO

- vortici
- $Q \propto \sqrt{\Delta p}$
- rumoroso (alta dissipazione di energia per attrito)

Misura di pressione arteriosa

• In generale il sangue scorre con moto laminare, che può diventare turbolento in alcuni casi particolari (*apertura valvola aortica, esercizio fisico...*). Il moto turbolento, essendo rumoroso, può essere rilevato mediante auscultazione con un **fonendoscopio**.



• Lo **SFIGMOMANOMETRO**, usato per misurare la pressione arteriosa, sfrutta il **passaggio da moto laminare a moto turbolento**: pompaggio di aria nel manicotto -> compressione dell'arteria brachiale: la sezione dell'arteria diminuisce e quindi la velocità del sangue aumenta finché, raggiunta la velocità critica, il moto diventa turbolento e quindi *rumoroso*. Aumentando ulteriormente la pressione esterna, la circolazione si interrompe e quindi il rumore scompare

• Uscita dell'aria dal manicotto -> diminuzione della pressione e ripresa del moto (inizialmente turbolento, e quindi *rumoroso*). Diminuendo ulteriormente la pressione, il moto diventa laminare e quindi *silenzioso*.



• Si assume come **pressione massima (o sistolica)** il punto di ripresa del moto turbolento (**inizio del rumore**), e come **pressione minima (o diastolica)** il punto di ritorno al moto laminare (**cessazione del rumore**).