

# **CLASSE DELLE LAUREE TRIENNALI DELLE PROFESSIONI SANITARIE DELLA RIABILITAZIONE**

## **DINAMICA DEI FLUIDI con applicazioni al sistema circolatorio**

- ✓ **PORTATA**
- ✓ **PRESSIONE**
- ✓ **MOTO STAZIONARIO**
- ✓ **APPLICAZIONI AL SISTEMA CIRCOLATORIO**
- ✓ **MOTO LAMINARE, VISCOSITA' E MOTO TURBOLENTO**
- ✓ **MISURA PRESSIONE ARTERIOSA**

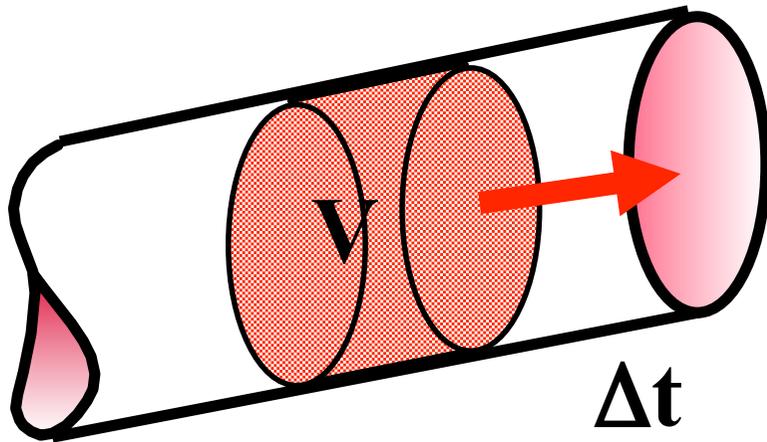
**A. A. 2015 - 2016**

**Fabrizio Boffelli**

# Portata di un fluido

$$\text{portata} = \frac{\text{volume di fluido}}{\text{intervallo di tempo}}$$

$$Q = V/\Delta t$$



SI	cgs	pratico
$\text{m}^3/\text{s}$	$\text{cm}^3/\text{s}$	$\text{l}/\text{min}$

**Portata del sangue:**

Es.

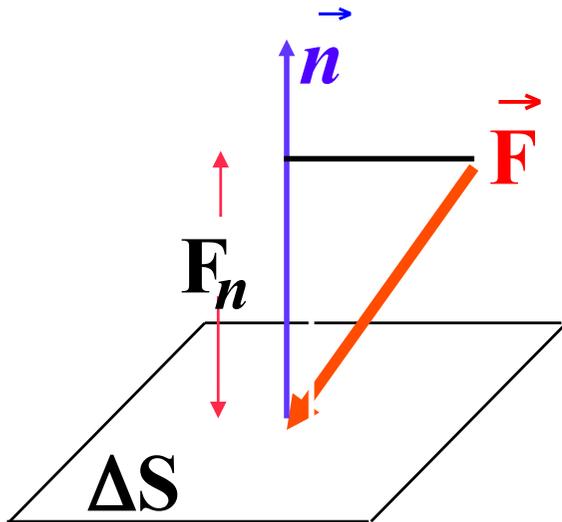
$$5 \text{ l}/\text{min} = (5000 \text{ cm}^3)/(60 \text{ s}) = 83.33 \text{ cm}^3/\text{s}$$

# Pressione (grandezza scalare)

pressione =  $\frac{\text{componente perp. della forza}}{\text{superficie}}$

$$P = F_n / \Delta S$$

$$Pa = N/m^2$$



SI	cgs	pratici
pascal	baria	atm, mmHg

**Relazione tra pascal e baria:**

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = (10^5 \text{ dine}) / (10^4 \text{ cm}^2) = 10^{5-4} \text{ dine/cm}^2 = 10 \text{ barie}$$

Es.

# atmosfere e mmHg

## Pressione atmosferica

Torricelli: a livello del mare, la pressione esercitata dall'aria equivale a quella di una colonna di mercurio alta 760 mm

Unità di misura pratiche di pressione:

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} \quad 1 \text{ mmHg (torr)} = (1/760) \text{ atm}$$

**Relazione tra atmosfera e pascal:** (v.  $\rightarrow$  *pressione idrostatica*)

$$p = dgh = (13.6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3) \cdot (9.8 \text{ m/s}^2) \cdot (0.76 \text{ m}) \approx 101200 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ atm} = 1.012 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1.012 \cdot 10^6 \text{ barie}$$

**Pressione sanguigna (sempre in mmHg):**

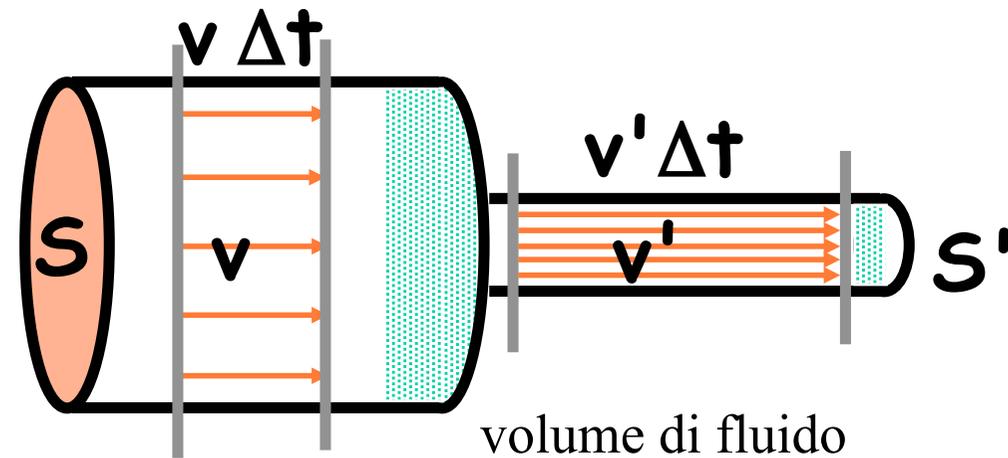
Es.

$$\begin{aligned} 120 \text{ mmHg} &= (120/760) \text{ atm} = 0.158 \text{ atm} = \\ &= 0.158 \cdot (1.012 \cdot 10^5) \text{ Pa} \approx 16000 \text{ Pa} = 160000 \text{ barie} \end{aligned}$$

# Equazione di continuità - 1

Def. MOTO STAZIONARIO:

$Q = \text{costante}$   
nel tempo  
in ogni sezione

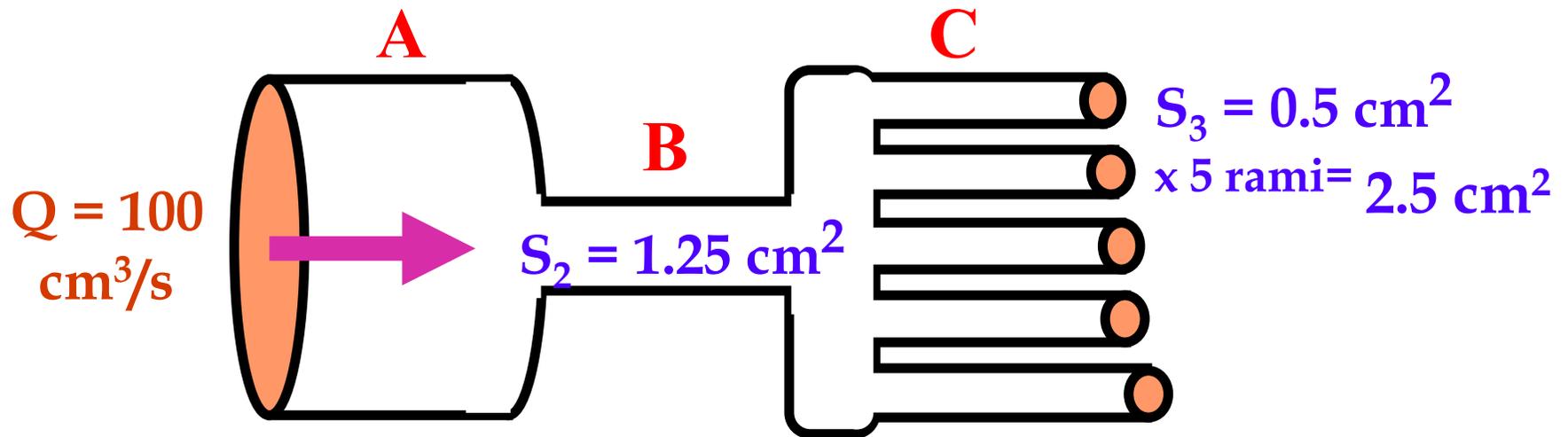


Nello stesso intervallo di tempo  $\Delta t$ :  ~~$Sv\Delta t = S'v'\Delta t$~~

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S v \cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}} = S v = \text{costante}$$

# Equazione di continuità - 2

Se il condotto si apre in più diramazioni, bisogna considerare la superficie totale.



$$S_1 = 5 \text{ cm}^2$$

$$v_1 = Q/S_1 = 20 \text{ cm/s}$$

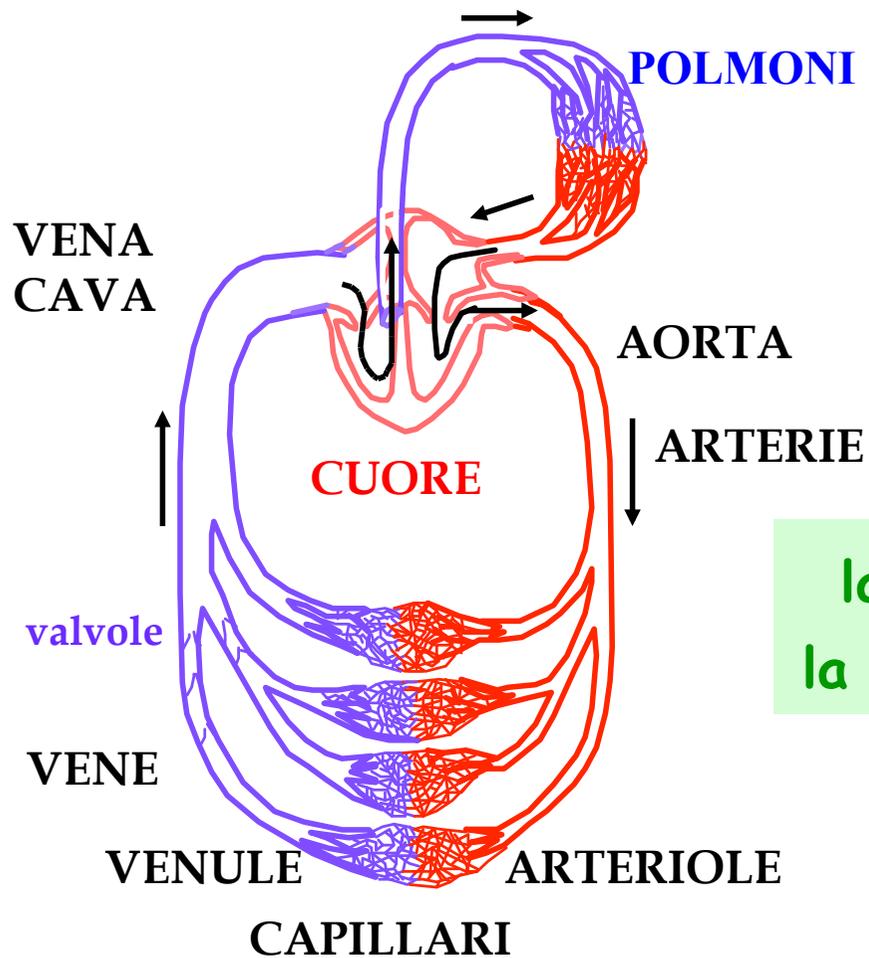
$$S_2 = 1.25 \text{ cm}^2$$

$$v_2 = Q/S_2 = 80 \text{ cm/s}$$

$$S_3 = 2.5 \text{ cm}^2$$

$$v_3 = Q/S_3 = 40 \text{ cm/s}$$

# Sistema circolatorio - 1

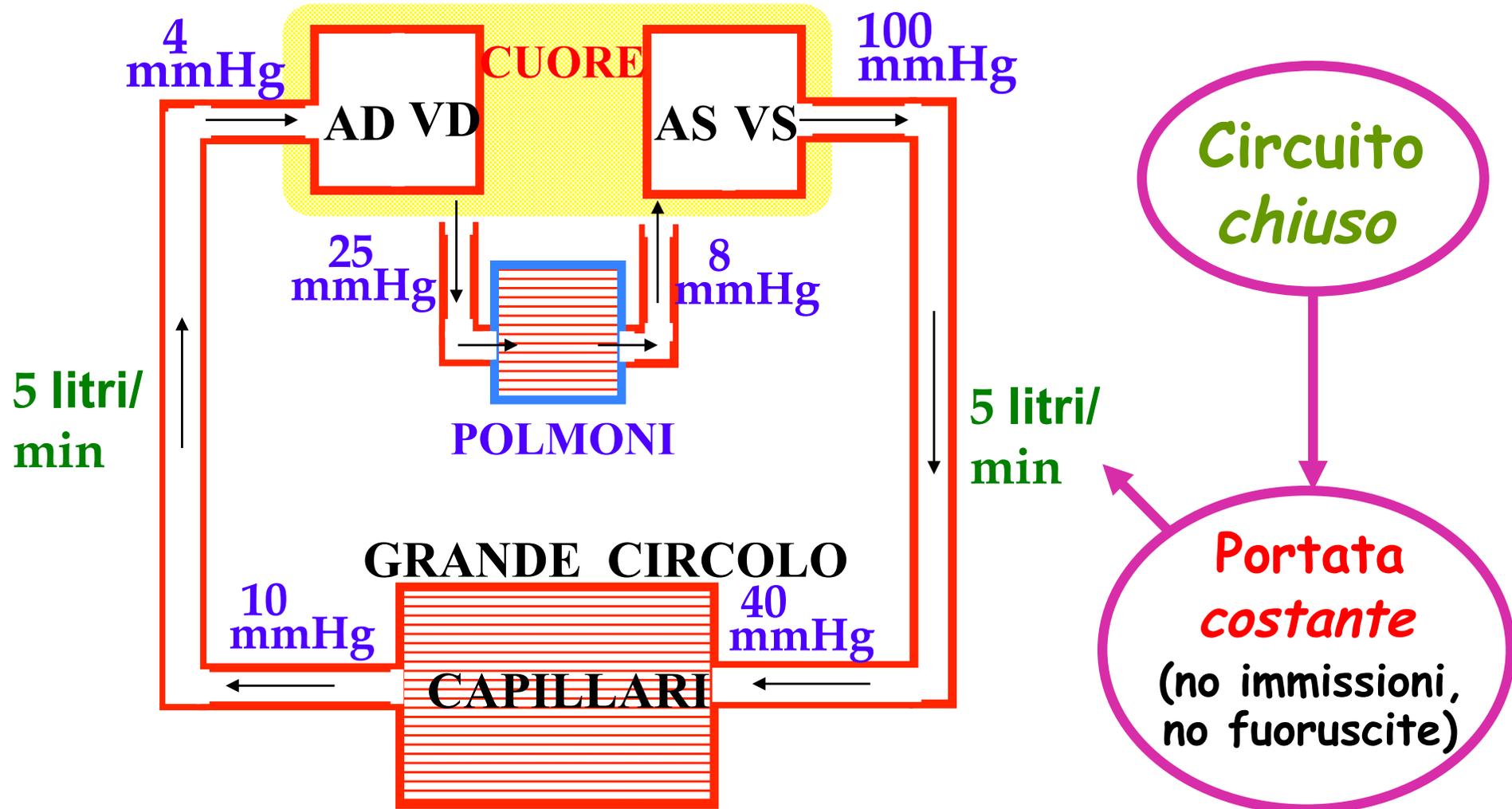


*Sperimentalmente si vede che  
nel passaggio  
aorta → arterie → arteriole →  
→ capillari →  
→ venule → vene → vena cava*

la **pressione** diminuisce sempre, mentre  
la **velocità** prima diminuisce e poi aumenta

**Perché?** →

# Sistema circolatorio - 2

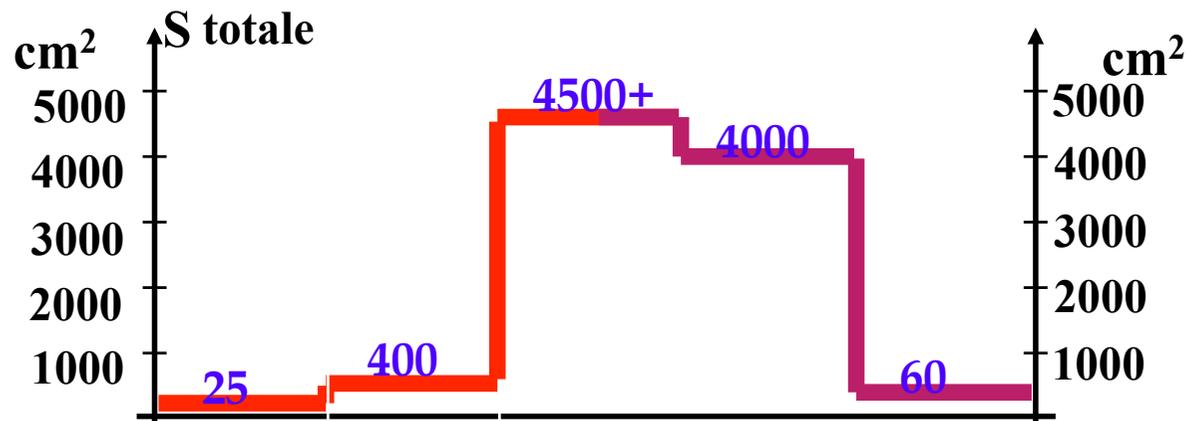
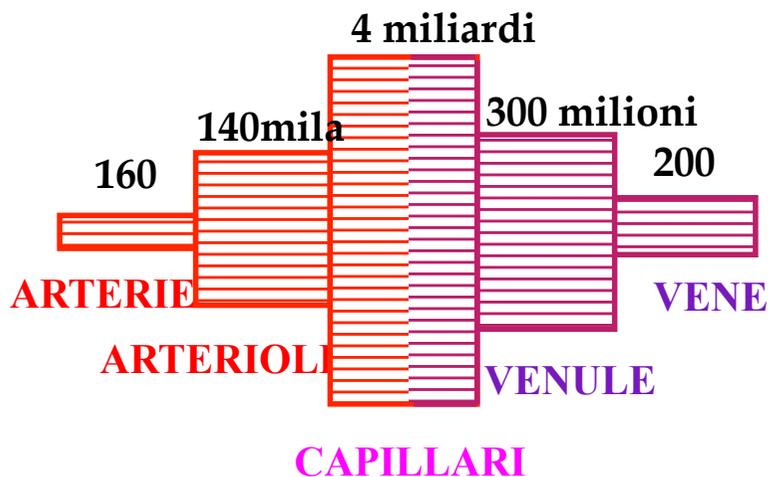


# Sistema circolatorio - 3

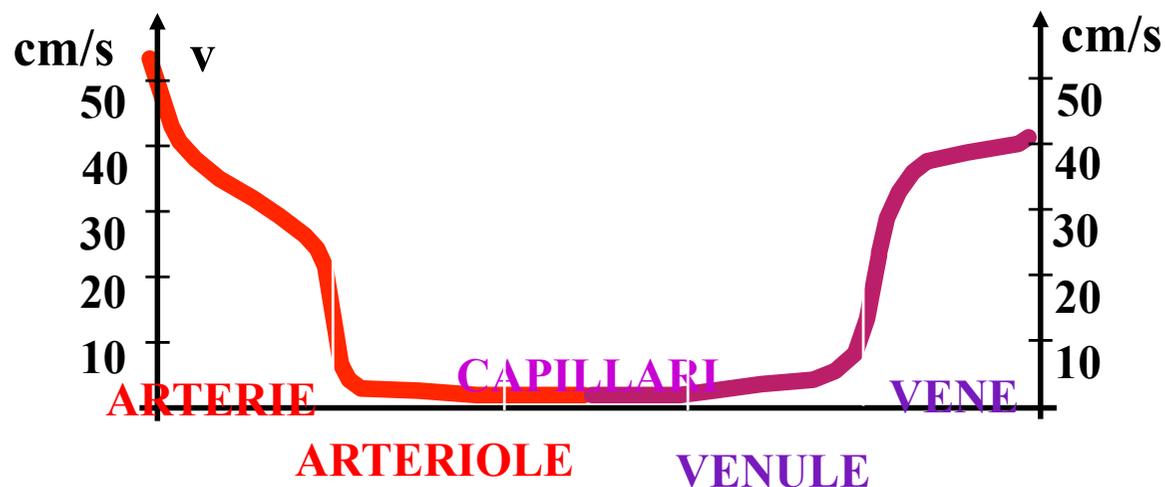
- ☀ pressione media (nel tempo) → deve sempre diminuire
- ☀ velocità media (nel tempo) → diminuisce poi aumenta

CUORE	velocità media (cm/s)	pressione media (mmHg)
AORTA	50÷40	100
ARTERIE	40÷10	100÷40
ARTERIOLE	10÷0.1	40÷25
CAPILLARI	<0.1	25÷12
VENULE	<0.3	12÷8
VENE	0.3÷5	8÷3
VENA CAVA	5÷25	2

# Velocità del sangue - 1



Nei capillari  
la velocità  
è bassissima  
perché il loro numero è  
altissimo -> sezione  
"grande" -> vel.  
"piccola" (eq. continuità:  
 $Sv = \text{costante}$ )



# Velocità del sangue - 2

Portata del sangue:

Es.

$$Q = 5 \text{ l/min} = (5000 \text{ cm}^3)/(60 \text{ s}) = 83.33 \text{ cm}^3/\text{s}$$

Velocità del sangue nei vari distretti:

Es.

AORTA (r=0.8 cm)	$S = \pi r^2 \approx 2 \text{ cm}^2$	$v = Q/S \approx 40 \text{ cm/s}$
ARTERIOLE	$S \approx 400 \text{ cm}^2$	$v = Q/S \approx 0.2 \text{ cm/s}$
CAPILLARI	$S \approx 4000 \text{ cm}^2$	$v = Q/S \approx 0.02 \text{ cm/s}$
VENA CAVA (r=1.1 cm)	$S = \pi r^2 \approx 4 \text{ cm}^2$	$v = Q/S \approx 20 \text{ cm/s}$

*la bassissima velocità del sangue nei capillari (~0.2 mm/s) permette gli scambi di sostanze (reazioni chimiche) necessari alla vita.*

# Caratteristiche di un fluido

**Def. FLUIDO:** sostanza senza "forma" propria  
(assume la forma del recipiente che lo contiene)  
**liquido:** volume limitato dalla superficie libera  
**gas:** diffusione nell'intero volume disponibile

**fl. omogeneo:** caratteristiche fisiche (*ad es. la densità*)  
costanti

**fl. disomogeneo:** caratteristiche fisiche *non* costanti

## Sangue

Es.

(sospensione di cellule in soluzione acquosa di sali e molecole organiche)  
a livello macroscopico è omogeneo, a livello microscopico è disomogeneo

# Moto di un fluido in un condotto

## Tipo di moto:

**stazionario** → portata costante nel tempo  
**pulsatile** → portata variabile in modo periodico

## Tipo di condotto:

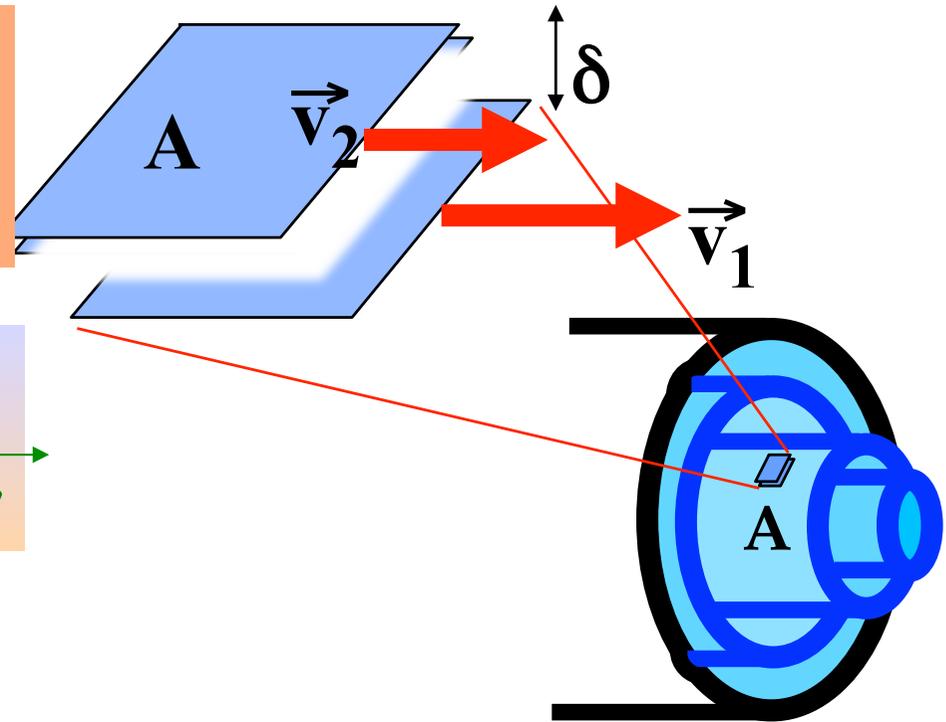
**rigido** → non cambia forma (sottoposto a qualunque forza)  
**deformabile** → cambia forma se sottoposto a una forza  
→ deformaz.elastica  
→ deformaz.*non* elastica → *arterie e vene*

## Tipo di fluido:

**ideale** → senza attriti (=non viscoso)  
**reale** → con attriti (=viscoso)

# Regime laminare

Modello di fluido come  
lamine che scorrono  
le une sulle altre (con attrito)



Forza di attrito:  
si oppone al moto:  $\vec{F}_A \propto -\vec{v}$

$$\vec{F}_A = -\eta A \frac{\vec{v}}{\delta}$$

$\vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$  = velocità *relativa* tra lamine  
 $A$  = area lamina  
 $\delta$  = distanza tra lamine  
 $\eta$  = coefficiente di viscosità

# Viscosità

$$\vec{F}_A = -\eta A \frac{v}{\delta}$$

$\eta$  coefficiente di viscosità

Unità di misura cgs:  
**poise** = g/(s·cm)

La viscosità diminuisce al crescere della temperatura.

## Acqua

a 0°  $\eta_{\text{acqua}} = 0.0178$  poise      a 20°  $\eta_{\text{acqua}} = 0.0100$  poise

## Sangue

**Plasma:**  $\eta_{\text{plasma}} = 1.5 \eta_{\text{acqua}}$  (*liquido in cui sono sospese le cellule sanguigne*)

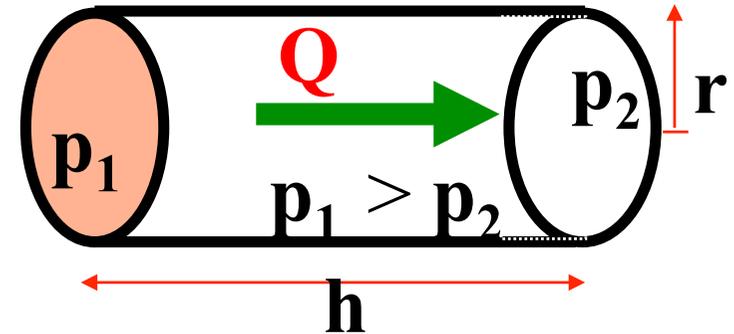
**Sangue con ematocrito (% eritrociti) 40%:**  $\eta_{\text{sangue}} = 5 \eta_{\text{acqua}}$

Es.

# Moto in regime laminare (1)

Condizione per il moto di un liquido *reale*:  
differenza di pressione

$$Q = \frac{\pi r^4}{8 \eta h} (p_1 - p_2)$$



(legge di Hagen-Poiseuille)

la portata è direttamente proporzionale alla differenza di pressione tra gli estremi del condotto e a  $r^4$ , ed è inversamente proporzionale al coefficiente di viscosità e alla lunghezza del condotto



*J. Poiseuille*

# Moto in regime laminare (2)

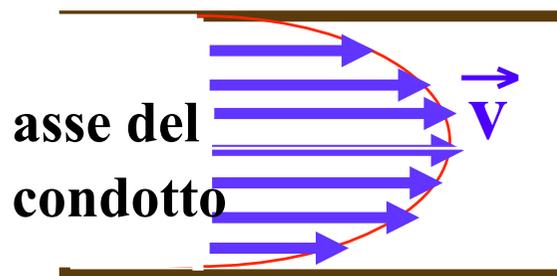
$$Q = \frac{\pi r^4}{8 \eta h} (p_1 - p_2)$$

$$Q \propto \Delta p$$
$$Q = \Delta p / R$$

(ponendo  $R = 8 \eta h / \pi r^4$ )

**Resistenza meccanica**  
di un condotto

(dipende da:  
raggio e lunghezza del tubo,  
viscosità del liquido)



La velocità è maggiore  
al centro del condotto  
(profilo parabolico)  
Il moto è silenzioso

# Regime turbolento

Quando la velocità supera un certo **valore critico**, il modello laminare non funziona più: il moto si fa disordinato e si creano **vortici**



la portata non è più direttamente proporzionale alla differenza di pressione, ma alla sua radice quadrata:

$$Q \propto \sqrt{\Delta p}$$

-> per ottenere la stessa portata, serve una  $\Delta p$  decisamente maggiore

La velocità non ha più un profilo regolare  
Il moto è **rumoroso**

# Moto dei fluidi: sintesi

MOTO STAZIONARIO di un LIQUIDO REALE  
e OMOGENEO in un CONDOTTO RIGIDO

*approx.  
iniziale*

## REGIME LAMINARE

- lamine, profilo velocità parabolico
- $Q \propto \Delta p$
- silenzioso (conservazione dell'energia)

$v > v_c$

## REGIME TURBOLENTO

- vortici
- $Q \propto \sqrt{\Delta p}$
- rumoroso (alta dissipazione di energia per attrito)

# Misura di pressione arteriosa

• In generale il sangue scorre con moto laminare, che può diventare turbolento in alcuni casi particolari (*apertura valvola aortica, esercizio fisico...*). Il moto turbolento, essendo rumoroso, può essere rilevato mediante auscultazione con un **fonendoscopio**.



• Lo **SFIGMOMANOMETRO**, usato per misurare la pressione arteriosa, sfrutta il **passaggio da moto laminare a moto turbolento**: pompaggio di aria nel manicotto -> compressione dell'arteria brachiale: la sezione dell'arteria diminuisce e quindi la velocità del sangue aumenta finché, raggiunta la velocità critica, il moto diventa turbolento e quindi *rumoroso*. Aumentando ulteriormente la pressione esterna, la circolazione si interrompe e quindi il rumore scompare

• Uscita dell'aria dal manicotto -> diminuzione della pressione e ripresa del moto (inizialmente turbolento, e quindi *rumoroso*). Diminuendo ulteriormente la pressione, il moto diventa laminare e quindi *silenzioso*.



• Si assume come **pressione massima (o sistolica)** il punto di ripresa del moto turbolento (**inizio del rumore**), e come **pressione minima (o diastolica)** il punto di ritorno al moto laminare (**cessazione del rumore**).