

# Matrici di trasformazione unitarie

$$S^\dagger = S^{-1}$$

se  $|b\rangle = A|a\rangle$ ,  $S|b\rangle = |b'\rangle$ ,  $S|a\rangle = |a'\rangle$

$\Rightarrow |b'\rangle = S A S^{-1}|a'\rangle$ , i.e.  $|b'\rangle = A'|a'\rangle$

$$A' = S A S^{-1}$$

le trasformazioni unitarie **conservano**:

- **autoaggiuntezza** degli operatori:

$$A'^\dagger = (S A S^{-1})^\dagger = S A^\dagger S^\dagger = S A S^{-1} = A'$$

- **spettro** di autovalori:

$$A|n\rangle = a_n|n\rangle$$

$$A' S|n\rangle = S A S^{-1} S|n\rangle = S A|n\rangle = a_n S|n\rangle$$

- **commutatori**:

$$[A, B] = iC \rightarrow [A', B'] = iC'$$

- **prodotto scalare**:

$$\langle a'|b'\rangle = \langle a|S^\dagger S|b\rangle = \langle a|b\rangle$$

$\Rightarrow$  **elementi di matrice**:  $\langle a|A|b\rangle = \langle a'|A'|b'\rangle$