

esempi

- ⊙ operatore di posizione: $x^\dagger = x$

$$\int dx f^*(x) x g(x) = \int dx [x f(x)]^* g(x), \quad \mathcal{D}(x) = \mathcal{D}(x^\dagger)$$

- ⊙ operatore di derivazione rispetto a x :

$$\begin{aligned} \int dx f^*(x) \frac{dg(x)}{dx} &= - \int dx \frac{df^*(x)}{dx} g(x) \\ &= \int dx \left[-\frac{df(x)}{dx} \right]^* g(x) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{d}{dx} \right]^\dagger = -\frac{d}{dx}$$

- ⊙ operatore impulso: $p^\dagger = p$

$$\begin{aligned} \int dx f^*(x) \left[-i\hbar \frac{dg(x)}{dx} \right] &= i\hbar \int dx \frac{df^*(x)}{dx} g(x) \\ &= \int dx \left[-i\hbar \frac{df(x)}{dx} \right]^* g(x) \end{aligned}$$

$$\forall f, g \in \mathcal{D}(p) = \mathcal{D}(p^\dagger)$$