Limite classico

- sia $\Psi(\boldsymbol{r},t) = e^{iS(\boldsymbol{r},t)/\hbar}$ con $[S] =$ azione

$$\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \right)\Psi(\boldsymbol{r},t) = 0$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\boldsymbol{\nabla} S \cdot \boldsymbol{\nabla} S}{2m} - \frac{i\hbar}{2m}\nabla^2 S$$

- per la particella libera: $S(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r} - Et$

N.B. $\boxed{E = -\frac{\partial S}{\partial t}, \quad \boldsymbol{p} = \boldsymbol{\nabla} S}$

se si può trascurare $\nabla^2 S$

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\boldsymbol{\nabla} S \cdot \boldsymbol{\nabla} S}{2m} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{E = H}$$

con $H = \dfrac{p^2}{2m}$ hamiltoniana

eq. di Schrödinger $\rightarrow$ eq. di Hamilton-Jacobi