



RICHIAMI DI FISICA DELL'INTERAZIONE ADRONI-MATERIA

Andrea Fontana

INFN Sezione di Pavia/Università di Pavia

Trento, 11 Maggio 2015

Interazione radiazione materia

Stopping power

Formula di Bethe-Bloch

Range

Scattering multiplo

Teoria di Molière

Descrizione gaussiana

Frammentazione nucleare

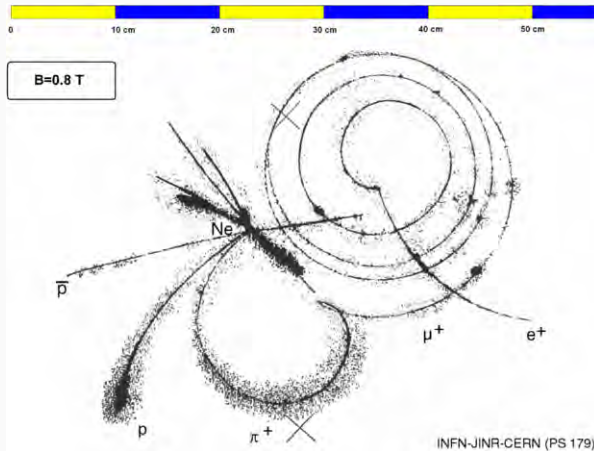
Dose da neutroni

Conclusioni

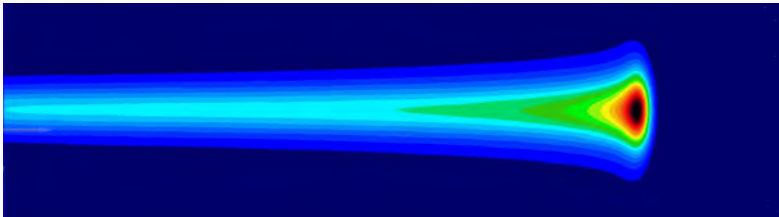
INTERAZIONE RADIAZIONE MATERIA

INTERAZIONE RADIAZIONE MATERIA

Adrone: particella che interagisce con interazione forte (dal greco $\acute{\alpha}\delta\rho\acute{o}\varsigma$: forte). Esempi: protone, neutrone, pioni e ioni.

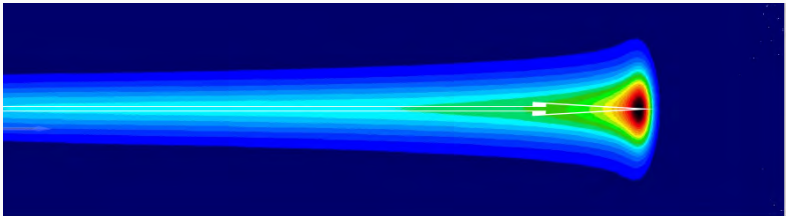


Adroni: distribuzione di energia depositata per fascio di protoni di 200 MeV in acqua calcolata con moderno codice MC.



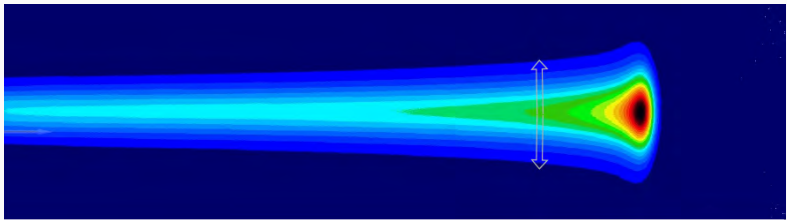
Distribuzione molto interessante: profilo longitudinale e trasversale.

Profilo longitudinale



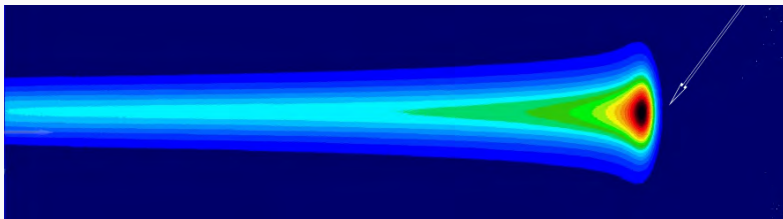
Interazione inelastica con elettroni atomici → rallentamento del fascio (stopping)

Profilo trasversale



Interazione elastica con nuclei atomici → deflessione del fascio (scattering)

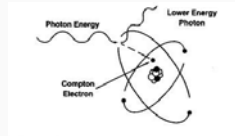
Frammentazione nucleare



Interazioni nucleari → diminuzione intensità del fascio primario

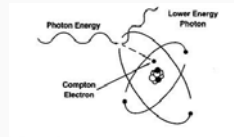
Fotoni (raggi X e γ)

Scattering Compton

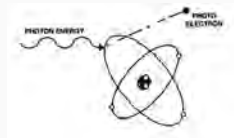


Fotoni (raggi X e γ)

Scattering Compton

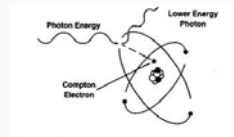


Effetto fotoelettrico

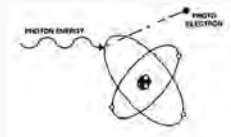


Fotoni (raggi X e γ)

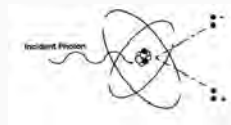
Scattering Compton



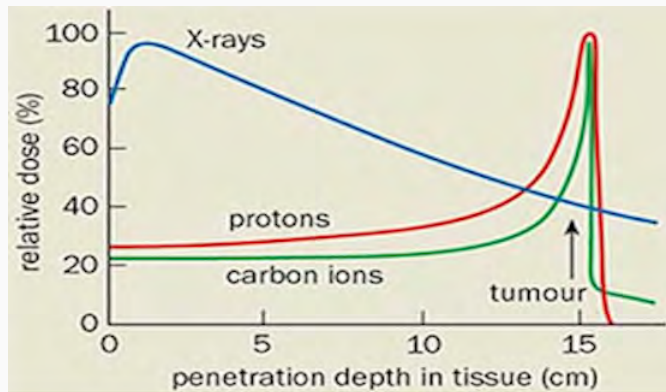
Effetto fotoelettrico



Produzione di coppie



Profilo longitudinale di dose caratterizzato dal picco di Bragg.

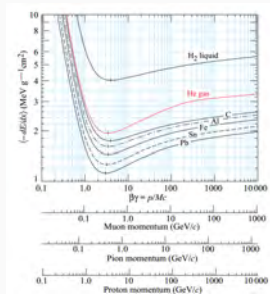


STOPPING POWER

FORMULA DI BETHE-BLOCH

Formula di Bethe-Bloch (1932): fornisce energia media persa per ionizzazione.

$$\left\langle -\frac{dE}{dx} \right\rangle = \frac{2\pi n_e r_e^2 m_e c^2 Z^2}{\beta^2} \left[\ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 T_{max}}{I^2 (1 - \beta^2)} - 2\beta^2 - 2\frac{C}{Z} - \delta \right]$$



Due termini correttivi rispetto a trattazione classica:

- effetto densità δ (screening elettroni atomi vicini)
- effetto shell C (velocità particella incidente)

Andamento complesso in funzione della velocità β .

Effetti importanti: fluttuazioni statistiche (straggling in energia) e elettroni di "knock-out" (raggi delta) \rightarrow distribuzione di Landau.

POTENZIALE DI IONIZZAZIONE

Un materiale è descritto da un singolo numero, il potenziale di ionizzazione medio.

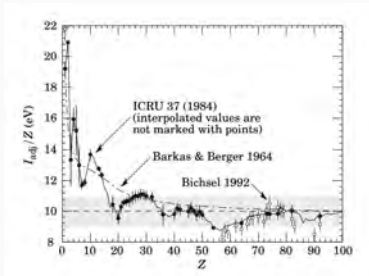
Approssimazione di Felix Bloch approximation (1933): $I = (10\text{eV})Z$ con Z numero atomico degli atomi del materiale. Le moderne tavole (e.g. ICRU Report 37 and 49) forniscono risultati molto più accurati.

Per composti con frazioni in peso w_j :

$$\ln I = \left(\sum_j w_j \frac{Z_{Mj}}{A_{Mj}} \ln I_j \right) / \left\langle \frac{Z_M}{A_M} \right\rangle$$

$$\left\langle \frac{Z_M}{A_M} \right\rangle = \sum_j w_j \frac{Z_{Mj}}{A_{Mj}}$$

con Z_M e A_M numero atomico e di massa dei materiali.



QUANTO VALE IL POTENZIALE DI IONIZZAZIONE DELL' ACQUA?

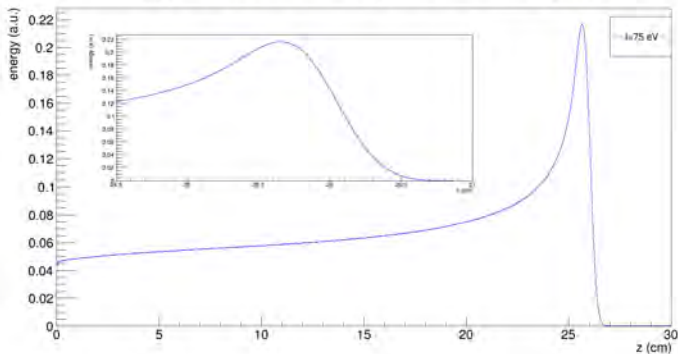
Il valore standard è $I=75$ eV, ma viene ridefinito in base ai dati sperimentali. La sua esatta determinazione è difficile, sia dal punto di vista teorico che sperimentale.

I (eV)	Reference	Method or remark
75.4 ± 1.9^{19}	Thompson, 1952	Range, 340 - 200 MeV p, assuming $I_{Ca} = 322$ eV
74.6 ± 2.7	Nordin et al., 1979	Stopping power, 60 MeV pions
75	Ritchie et al., 1978	Dielectric response function
75.4	Ashley, 1982	Dielectric response function
81.77	Janni, 1982	Averaging data for H and O
79.7 ± 2	Bichsel et al., 1992	Ionization curves, 70 MeV p
81.8	Dingfelder et al., 1998	Dielectric response function
80.0	Bichsel et al., 2000	C ions, 290 MeV/u
77	Kramer et al., 2000	Depth dose curves for C ions
78.4	Kumazaki et al., 2007	Depth dose curves for protons
78	Schardt et al., 2008	Bragg curves for H, He, Li, C, and O ions
75.0 ± 3	Chosen in ICRU 37, 49	
78.0 ± 2	Chosen in Sigmund et al. (2009)	Replaces the value 67.2 eV in ICRU Report 73

Table 16. I values for liquid water.

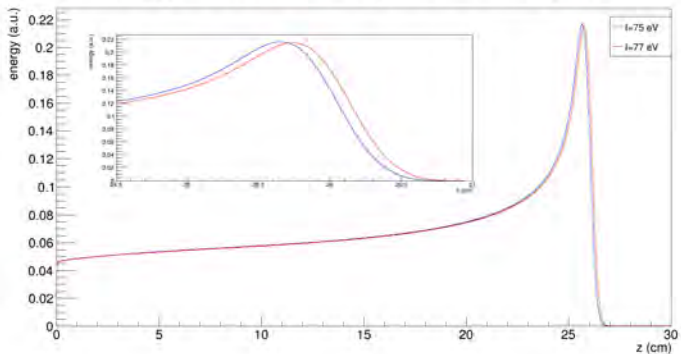
POTENZIALE DI IONIZZAZIONE E PICCO DI BRAGG

Bragg peak and water ionization potential for 200 MeV protons

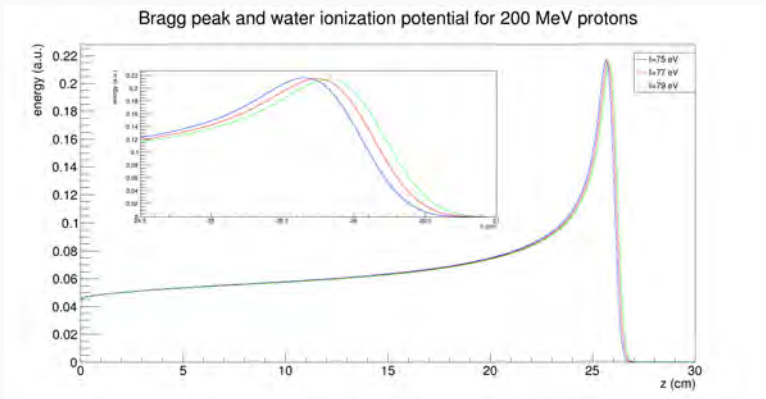


POTENZIALE DI IONIZZAZIONE E PICCO DI BRAGG

Bragg peak and water ionization potential for 200 MeV protons



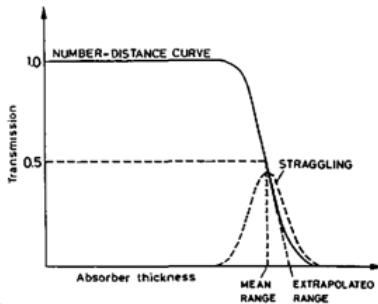
POTENZIALE DI IONIZZAZIONE E PICCO DI BRAGG



CALCOLO DEL RANGE: QUALE RANGE?

Il range è il parametro fondamentale che caratterizza il deposito di dose longitudinale.

- Range classico (e relativistico)
- Range medio
- Range proiettato
- **range CSDA**
- Range "90% distal fall-off"
- range analitico
- Tabelle NIST (database pstar)



fonte: Leo

Obiettivo: integrazione dell' equazione di Bethe-Bloch → compito molto difficile!

Approssimazioni interessanti derivate dall' equazione di Langevin che descrive la dissipazione di energia nello spazio circostante di un proiettile di massa M in moto con velocità $v(t)$:

$$M \frac{dv}{dt} = -\gamma v$$

con soluzione:

$$\begin{cases} v(t) = v_0 \exp(-\gamma t/M) \\ E(t) = E_0 \exp(-2\gamma t/M) \\ z(t) = R_{CSDA} - \frac{v_0 M}{\gamma} \exp(-\gamma t/M) \end{cases}$$

- Relazione range-energia (regola di the Bragg-Kleeman):

$$R_{CSDA} = AE_0^p$$

Per protoni in adroterapia (E_0 tra 50 e 250 MeV) $p \approx 1$ -1.8.

Caso speciale: $p=1.5$ valido per particelle α di bassa energia.

N.B.: poiché E_0 è in MeV e R_{CSDA} in cm, A ha dimensioni cm/MeV^p ; p è adimensionale.

- Espressione relativistica:

$$R_{CSDA} = A \left(E_0 + \frac{E_0^2}{2Mc^2} \right)^p$$

In adroterapia $E_0 \ll 2Mc^2$, con $Mc^2 = 938.276$ MeV: l' espressione relativistica è un termine correttivo.

Il range CSDA (**C**ontinuous **S**lowing **D**own **A**pproximation) per protoni può essere calcolato integrando il reciproco dello stopping power dall' energia zero all' energia iniziale:

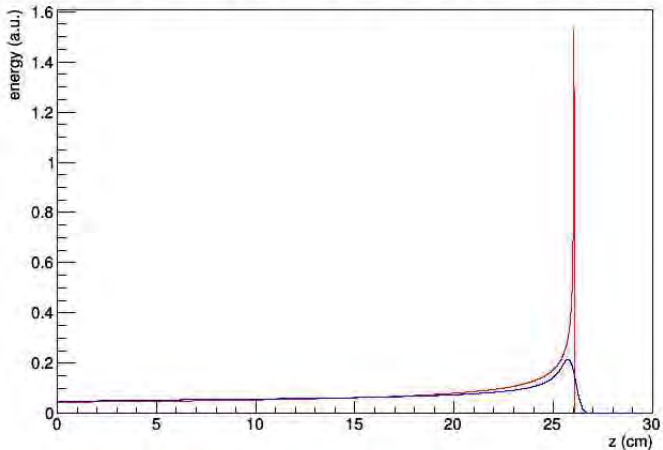
$$R_{CSDA} = \int_0^L dx = \int_E^0 \frac{1}{| \langle dE/dx \rangle |} dE$$

- no straggling in energia
- no produzione di raggi delta
- no interazioni nucleari
- no Coulomb multiple scattering

Energy (MeV)	Ranges CSDA (mm)	
	MC code	NIST
90	64.000	64.000
160	176.500	176.500
200	259.600	259.600

Questo corrisponde essenzialmente a seguire solo la perdita di energia per ionizzazione della particella primaria.

Bragg peak and CSDA range for 200 MeV protons



Semplice relazione analitica empirica trovata da Øverås tra $\rho(x)^2\beta(x)^2$ e il range residuo normalizzato (studiata da Gottschalk):

$$\rho(x)^2\beta(x)^2 = \rho(0)^2\beta(0)^2 \left(1 - \frac{x}{R}\right)^k$$

$$\rho(x)^2\beta(x)^2 \approx \rho(0)^2\beta(0)^2 \left(1 - \frac{x}{R}\right)$$

Valida per molti materiali con densità ρ (g/cm³) e lunghezza di radiazione X_0 (cm):

$$k = 1.0753 + 0.12 \exp(-0.09\rho X_0)$$

fonte: H. Øverås, CERN Yellow Report No. 60-18, 1960; Gottschalk 1993

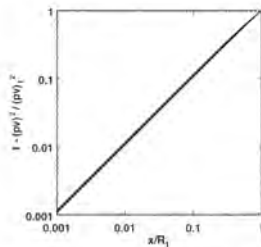


FIG. 2. Weak Overås approximation: The function $1 - (p(x)^2 / (p(0)^2))$ as a function of normalized slab thickness for protons of energies 20, 50, 100, and 200 MeV exiting single slabs of Be, Cu, and Pb (all superimposed). 20 MeV protons leaving a very thin Pb slab ($x/R_1=0.001$) have the largest deviation 20% from the ideal.

Per protoni di energia cinetica $E(\text{MeV})$, Ulmer ha pubblicato una formula molto accurata per un materiale di densità ρ (g/cm^3):

$$R(\text{cm}) = \frac{1}{\rho} \frac{A_M}{Z_M} \sum_{n=1}^N \alpha_n I^{p_i} E^n$$

ordine	α_i	p_i
1	6.84690e-04	0.4002
2	2.26769e-04	0.1594
3	-2.46100e-07	0.2326
4	1.42750e-10	0.3264

con I potenziale medio di ionizzazione del mezzo (in eV) Z_M e A_M numero atomico e numero di massa effettivi.

Per protoni in acqua di energia $E < 300$ MeV, la somma con 4 termini $N = 1..4$ fornisce risultati con accuratezza migliore di 0.5%.

CALCOLO PRATICO DEL RANGE

per protoni in acqua...



...e per ioni ^{12}C



Esempi: range di protoni da 200 Mev in acqua = 26 cm
range di ioni ^{12}C da 387 MeV/u in acqua = 26 cm

Leggi di scaling di uso pratico:

- particelle diverse di massa M_1 e M_2 ed energia cinetica T_1 e T_2 nello stesso materiale:

$$R_2(T_2) = \frac{M_2}{M_1} \frac{Z_1^2}{Z_2^2} R_1\left(T_2 \frac{M_1}{M_2}\right)$$

- stessa particella in materiali diversi (regola di Bragg-Kleeman):

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_2 \sqrt{A_1}}{\rho_1 \sqrt{A_2}}$$

- formula approssimata per composti:

$$R_{comp} = \frac{A_{comp}}{\sum_i \frac{a_i A_i}{R_i}}$$

SCATTERING MULTIPLO

Molière ha calcolato (1948) la distribuzione dell' angolo di diffusione θ come soluzione analitica dell' equazione del trasporto in ottimo accordo con i dati sperimentali.

Tale soluzione ha un' espressione complicata:

$$f(\theta)\theta d\theta = f_M(\theta)d(\cos\theta)d\phi/2\pi$$

che, con l' approssimazione $|d(\cos\theta)| = \sin\theta d\theta \approx \theta d\theta$, può essere scritta come somma di 3 termini:

$$f_M(\theta) = \frac{1}{2\theta_M^2} \left[f^0(\theta') + \frac{f^1(\theta')}{B} + \frac{f^2(\theta')}{B^2} \right]$$

dove θ_M prende il nome di angolo caratteristico per il multiple scattering, $\theta' = \theta/(\sqrt{2}\theta_M)$ è l' angolo ridotto e B è un parametro connesso con il logaritmo del numero effettivo di collisioni nel bersaglio.

Termini dello sviluppo:

$$\begin{cases} f^0(x) = 2e^{-x} \\ f^1(x) = 2e^{-x}(x-1)[\bar{E}i(x) - \ln x] - 2(1-2e^{-x}) \\ f^2(x) = e^{-x} \left([\psi^2(2) + \psi(2)](x^2 - 4x + 2) + 4 \int_0^1 y^{-3} dy [\ln y / (1-y) - \psi(2)] \right. \\ \quad \left. \times [(1-y^2)e^{xy} - 1 - (x-2)y - (x^2/2 - 2x + 1)y^2] \right) \end{cases}$$

con $x = \theta^2$, $\psi(n) = d\{\ln\Gamma(n+1)\}/dn$ funzione Digamma e $Ei(x)$ funzione esponenziale integrale.

Il primo termine è una funzione gaussiana che costituisce il "core" della distribuzione (valida per piccoli angoli), mentre i termini successivi descrivono il contributo non gaussiano delle code.

Funzioni valutate per integrazione numerica o con tavole matematiche.

La teoria di Molière dipende da 2 parametri: χ_c^2 and χ_α^2 .

- Il parametro χ_c^2 è legato alla RMS dell' angolo di scattering

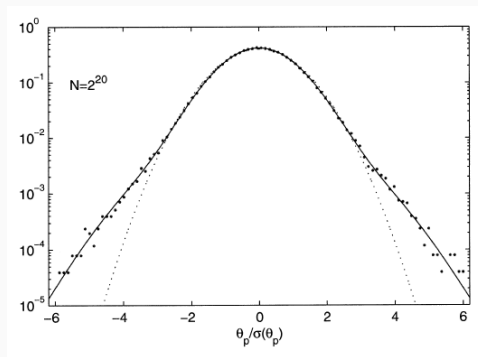
$$\chi_c^2 = 0.1569 \cdot 10^{-6} Z^2 Z^2 \frac{X}{A} \frac{1}{p^2 \beta^2} ,$$

- Il parametro χ_α^2 è connesso allo screening del potenziale coulombiano:

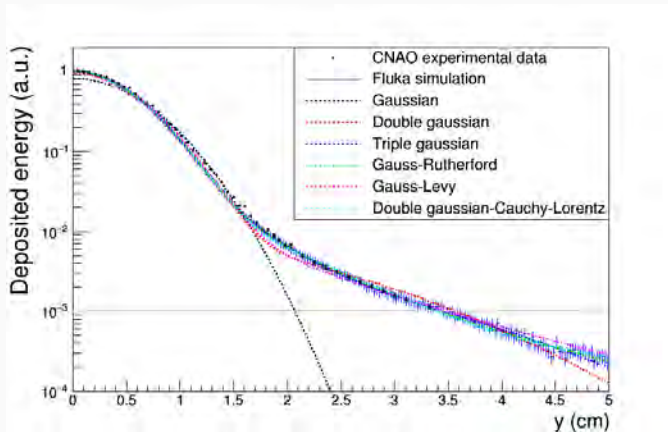
$$\chi_\alpha^2 = \mu^2 \chi_0^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu^2 = \left(1.13 + 3.76 \frac{Z^2 Z^2}{137^2 \beta^2} \right) \\ \chi_0^2 = \left(\frac{\hbar}{p} \frac{Z^{1/3}}{0.468 \cdot 10^{-8} (cm)} \right)^2 \end{array} \right.$$

Due contributi alle code della distribuzione:

- elettromagnetico (teoria di Molière)
- nucleare (frammentazione)

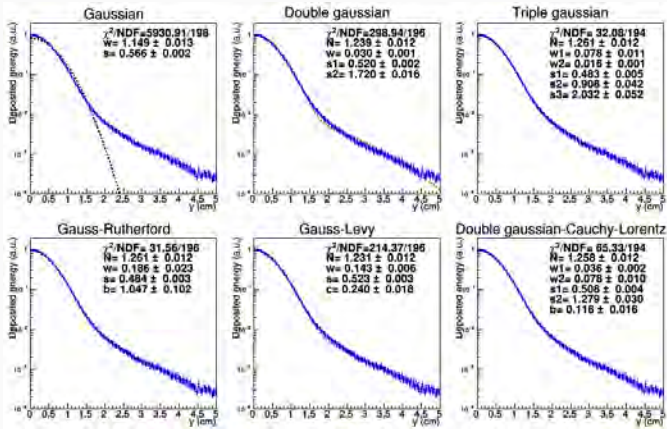


PARAMETRIZZAZIONI DEL PROFILO LATERALE



Articolo: V.E. Bellinzona et al., *On the parametrization of lateral dose profiles in proton radiation therapy* accettato per pubblicazione su Physica Medica.

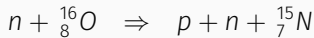
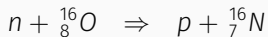
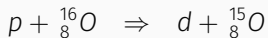
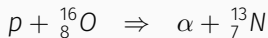
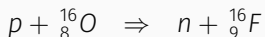
PARAMETRIZZAZIONI DEL PROFILO LATERALE



Articolo: V.E. Bellinzona et al., *On the parametrization of lateral dose profiles in proton radiation therapy* accettato per pubblicazione su Physica Medica.

FRAMMENTAZIONE NUCLEARE

Per protoni in acqua, l'interazione del fascio primario comporta prevalentemente diverse reazioni nucleari con l'ossigeno:



In generale:

$$f(x) = W_p f_M(x) + (1 - W_p) \frac{t(x)}{\int_{-\infty}^{+\infty} t(x) dx}$$

$f_M(x)$ = teoria elettromagnetica di Molière

$t(x)$ = parametrizzazione delle code nucleari

W_p = frazione di eventi senza interazioni nucleari

Formula per il calcolo della frazione W_p di protoni primari di energia E che non subiscono interazioni nucleari, in funzione dello spessore x attraversato e del range R in acqua:

$$W_p = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{E - E_{th}}{m} \right)^f \frac{x}{R} \right] \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{R - x}{\tau} \right) \right], \quad (1)$$

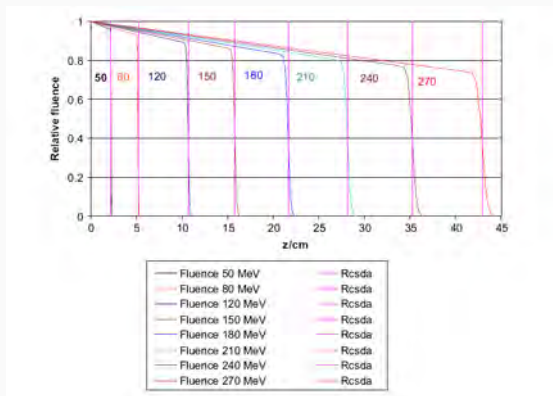
dove erf è la funzione degli errori, $f = 1.032$, m è la massa del protone in MeV, $E_{th} = 7$ MeV è l'energia di soglia per la barriera coulombiana dell' ^{16}O .

Il parametro τ tiene conto della variazione del range con la profondità a causa dello straggling ed è parametrizzato come:

$$\tau = 0.0179651452 R^t, \quad \text{dove } t = \begin{cases} 0.9352 & \text{if } R \geq 1\text{cm} \\ 1.1763 & \text{if } R < 1\text{cm} \end{cases} \quad (2)$$

INTERAZIONI NUCLEARI

Diminuzione della fluensa di un fascio di protoni primari di energie diverse in acqua a causa delle interazioni nucleari.

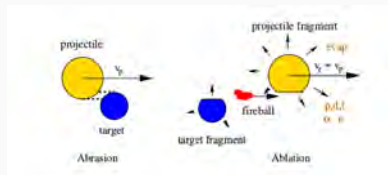


Esempio: attenuazione fluensa a 15 cm \sim 15%.

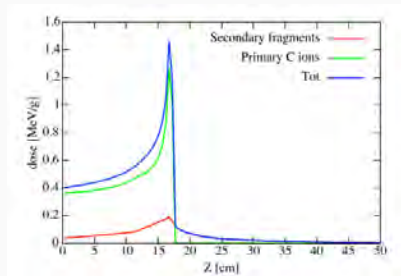
Regola generale per protoni in acqua: \sim 1% attenuazione per cm.

INTERAZIONI NUCLEARI DI IONI

Situazione più complessa rispetto al caso dei protoni: anche il proiettile si può frammentare.



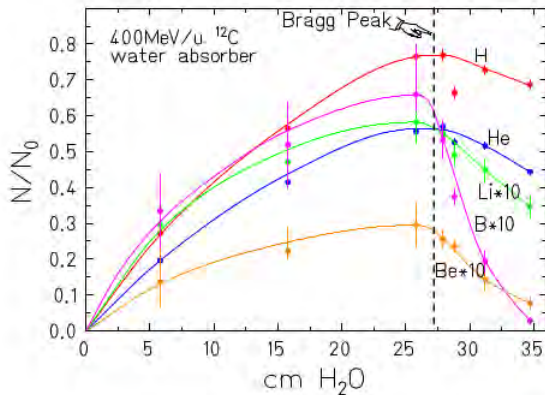
I frammenti contribuiscono in maniera significativa alla dose.



fonte: D. Schardt et al., *Heavy-ion tumor therapy: Physical and radiobiological benefits*, Rev. Mod. Phys. 82(2010)383

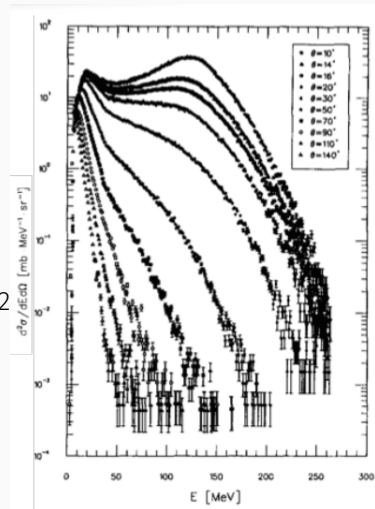
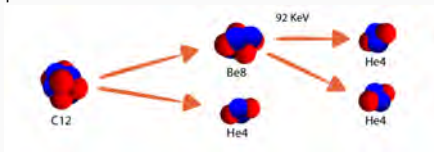
INTERAZIONI NUCLEARI: BUILD-UP

La produzione di frammenti aumenta con la profondità e diventa significativa dopo il picco di Bragg.



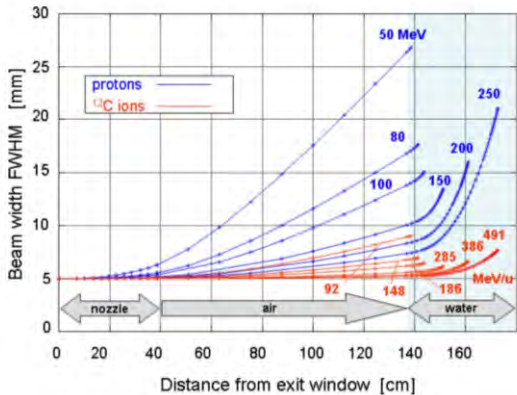
RUOLO DELLE PARTICELLE α

- Proiettili leggeri producono molte α , emesse prevalentemente in avanti
- Reazione dominante: $^{12}\text{C} \rightarrow ^8\text{Be} + ^4\text{He}$
- ^8Be decade quasi istantaneamente in 2 particelle α



fonte: E. Gadioli et al., *Alpha particle emission in the interaction of C-12 with Co-59 and Nb-93 at incident energies of 300 and 400 MeV*,

Effetto combinato di energy loss, multiple scattering e frammentazione nucleare su una tipica linea per adroterapia: nozzle + air gap + paziente

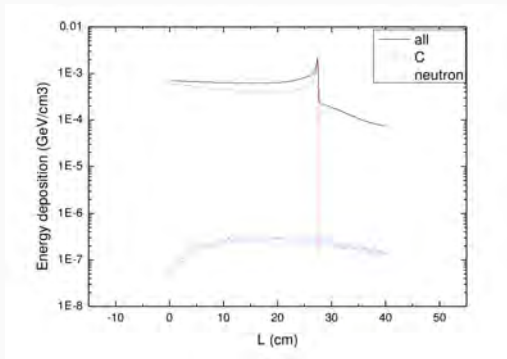


DOSE DA NEUTRONI

DOSE DA NEUTRONI

I neutroni, in quanto particelle neutre, non perdono energia in modo diretto per ionizzazione, ma attraverso reazioni secondarie con produzione di adroni carichi:

- scattering elastico su nucleo
- reazioni nucleari inelastiche














Il contributo alla dose fisica da parte di neutroni secondari prodotti da protoni e ioni ¹²C risulta trascurabile.

CONCLUSIONI

- Fasci di particelle cariche pesanti (protoni e ioni) offrono significativi vantaggi per il trattamento di tumori profondi rispetto alla convenzionale terapia con raggi X e γ .
- La distribuzione di dose fisica in funzione della profondità nel tessuto è caratterizzata da piccole dosi all'ingresso e da un picco di dose in prossimità del range, seguito da una ripida discesa.
- Il picco di Bragg deriva dall'effetto combinato di vari fattori: stopping power, scattering, straggling e riduzione di fluenza.
- Considerando questi vantaggi (range ben definito e spread laterale contenuto) è possibile ottenere un rilascio di dose locale con precisione millimetrica.

GRAZIE PER L'ATTENZIONE.

-  D. Schardt et al., Rev. Mod. Phys. 82(2010)383
-  F. Azaiez et al., Nuclear Physics for Medicine, Tech. Rep., NuPECC, 2014.
-  J. R. Sabin et al., Advances in Quantum Chemistry, Vol. 65, 2013
-  W. Ulmer, Rad. Phys. and Chem. 76(2007)1089
-  W. Ulmer et al., Rad. Phys. and Chem. 80(2011)378
-  B. Gottschalk, Med. Phys. 37(2010)352
-  B. Gottschalk et al., arXiv:1409.1938v1, 2014.
-  H. Øverås, CERN Yellow Report No. 60-18, 1960.
-  R. Fruhwirth et al., NIM A 456(2000)369
-  V.L. Highland, NIM 129(1975)497
-  W. R. Leo, Techniques for nuclear and particle physics experiments, 1994

andrea.fontana@pv.infn.it

<http://www.pv.infn.it/~fontana>