

# Riassunto della lezione precedente

- DIS con sonda leptonica e bersaglio adronico polarizzati; se bersaglio ha spin =  $\frac{1}{2} \rightarrow 2$  nuove funz. di struttura polarizzate
- sezione d'urto nel centro di massa della reazione  
diverse combinazioni di elicità  $\rightarrow 4$  risposte rispetto alla polarizz. del  $\gamma^*$   
asimmetrie di elicità “teoriche” legate a risposte di interferenza
- asimmetrie di elicità sperimentali, per bersagli polarizzati  
 $\rightarrow$  legame con corrispondenti asimmetrie “teoriche”
- scaling delle asimmetrie di elicità
- QPM picture del DIS inclusivo polarizzato  
 $\rightarrow$  distribuzione di elicità  
 $\rightarrow$  distribuzione di spin trasverso, soppressa  $\sim p_T/E$
- misura sperimentale di asimmetrie di elicità  $\rightarrow$  distribuzione di elicità  $\rightarrow$   
1° momento di Mellin  $\rightarrow$  contributo dei vari flavour all'elicità
- Ellis-Jaffe sum rule e l'esperimento EMC: la “spin crisis”

# Regole di somma

## Gerasimov-Drell-Hearn sum rule

test di  $g_1(x)$  attraverso assorbimento di  $\gamma$  pol. su N pol.

ampiezza Compton per  $\theta = 0$  
$$T(\nu) = 4\pi \left[ \vec{\epsilon}_f^* \cdot \vec{\epsilon}_i f(\nu) + \hat{z} \cdot \vec{\epsilon}_f^* \times \vec{\epsilon}_i g(\nu) \right]$$



polarizzazione del  $\gamma$       no spin flip      spin flip

causalità  $T(t)=0$  per  $t < 0 \Leftrightarrow$  relazione di dispersione tra  $\text{Re}[T]$  e  $\text{Im}[T]$



simmetria di crossing  $T^*(-\nu^*, i \leftrightarrow f) = T(\nu) \rightarrow f^*(-\nu^*) = f(\nu), g^*(-\nu^*) = -g(\nu)$

unitarietà    teorema ottico

$$4\pi \text{Im}[f(\nu)] = \nu \sigma_{tot} = \frac{\nu}{2} (\sigma_{1/2} + \sigma_{3/2})$$

$$4\pi \text{Im}[g(\nu)] = \nu \Delta\sigma_{tot} = \frac{\nu}{2} (\sigma_{1/2} - \sigma_{3/2})$$



$$4\pi f(\nu) = \frac{2}{\pi} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu' \frac{\nu'^2 \sigma_{tot}(\nu')}{\nu'^2 - \nu^2}$$

$$4\pi g(\nu) = \frac{2\nu}{\pi} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu' \frac{\nu' \Delta\sigma_{tot}(\nu')}{\nu'^2 - \nu^2}$$



GDH (continua)

Thompson scattering

polarizzabilità elettrica e magnetica

Lorentz- + gauge-invariance  
(Low-Energy Theorems)

$$f(\nu) = -\frac{\alpha}{M} + (\alpha_E + \beta_M) \nu^2 + o(\nu^4)$$

$$g(\nu) = -\frac{\alpha \kappa^2}{2M^2} \nu + \gamma \nu^3 + o(\nu^5)$$

momento magnetico anomalo

$$\int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \frac{\sigma_{1/2} - \sigma_{3/2}}{\nu} = -\frac{2\pi^2 \alpha}{M^2} \kappa^2$$



momento magnetico anomalo legato a specifica struttura di spin  
nell'assorbimento del fotone

Ellis-Jaffe sum rule contenuta in GDH sum rule :

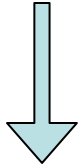


$$\Gamma_1^p(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow 0} \frac{M \nu_0}{8\pi^2 \alpha} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\nu} = -\frac{\nu_0}{M} \frac{\kappa^2}{4} = \frac{\nu_0}{M} I(0)$$

$\nu_0$  soglia di produzione di  $\pi$

# GDH (continua)

$$I(0) = \frac{M^2}{8\pi^2\alpha} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{d\nu}{\nu} (\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T)$$



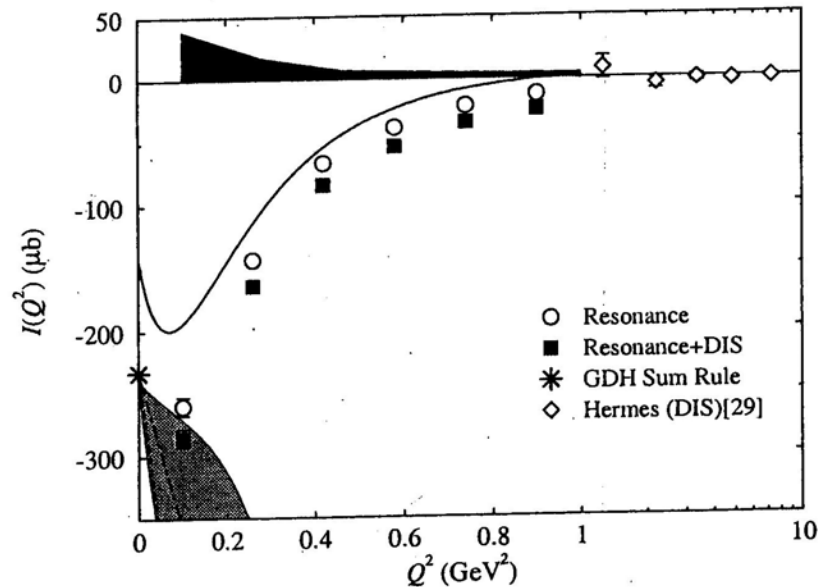
generalizzazione  $\forall Q^2$   
(non univoca)

$$I(Q^2) = \frac{M^2}{8\pi^2\alpha} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \frac{1-x_B}{\nu} (\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T)$$



$$-\frac{\kappa^2}{4} \xrightarrow{Q^2 \rightarrow 0}$$

$$\xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} \frac{16\pi^2\alpha}{Q^2} \Gamma_1^p(Q^2)$$



# Bjorken sum rule polarizzata


$$\int_0^1 dx [g_1^p(x) - g_1^n(x)] = \frac{1}{6} \frac{G_A}{G_V} \left( 1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} + \dots \right)$$

assiale

da accoppiamenti deboli in decadimento  $\beta$  del N

correzioni pQCD


vettoriale



QPM: funz. d'onda del q in P secondo  $SU_f(3) \otimes SU(2)$

$$A_1^p = \frac{\sum_f e_f^2 (q_f^\uparrow - q_f^\downarrow)}{\sum_f e_f^2 (q_f^\uparrow + q_f^\downarrow)} = \frac{5}{9}$$

$$A_1^n = \text{stesso con } u \leftrightarrow d = 0$$

$$\int_0^1 dx (g_1^p - g_1^n)$$


$$= \int_0^1 dx (A_1^p F_1^p - A_1^n F_1^n) = \frac{5}{18}$$

$$\Rightarrow \frac{G_A}{G_V} \stackrel{\text{QPM}}{=} \frac{5}{3} \leftrightarrow 1.6667 \pm 0.003$$

exp.  $1.267 \pm 0.004$

Sum rule :

QPM	+ pQCD	exp.
0.27778	$0.191 \pm 0.002$	$0.209 \pm 0.003$

nella rassegna sui risultati del QPM, diverse volte si è dedotta dal confronto con i dati sperimentali l'importanza delle correzioni di QCD :

- profilo asimmetrico delle distribuzioni partoniche per  $x_B \rightarrow 0$  , dovuto al contributo di gluoni e quark del “mare di Dirac”
- deviazioni dallo scaling predetto dal QPM per  $F_2$  e  $F_3$  , sia per DIS con fasci di elettroni che di neutrini
- deviazioni dalle corrispondenti regole di somma :  
del momento (50% è portato dai gluoni) ,  
Gross-Lewellin Smith , Gottfried , Bjorken , ...
- deviazioni dallo scaling in  $s$  sia per processi  $e^+e^-$  che Drell-Yan
- deviazioni dalla distribuzione angolare e in  $p_T$  della coppia leptonica in processi di Drell-Yan
- “spin crisis” : deviazioni dalla regola di somma di Ellis-Jaffe (solo meno del 30% dello spin del N è portato dai quark di valenza)

correzioni QCD		1	$\alpha_s$	$\alpha_s^2$	...
correzioni di potenze	1	QPM	→	IQPM	→
		Improved <b>Q</b> uark <b>P</b> arton <b>M</b> odel			
	1/Q				
	1/Q <sup>2</sup>				
	1/Q <sup>3</sup>				
	...				

## Breve riassunto

1° passo : rinormalizzazione della teoria  $\rightarrow$  cancellazione delle divergenze ultraviolette (UV)


- ad una certa scala  $\mu_R$  si definiscono le quantità fisiche come massa, coupling e intensità del campo attraverso la procedura di rinormalizzazione  $\rightarrow$  controtermini nella  $\mathcal{L}$

$$\begin{aligned}\phi_0 &\rightarrow \phi = Z_1^{-1} \phi_0 \\ m_0 &\rightarrow m = Z_2^{-1} m_0 \\ g_0 &\rightarrow g = Z_3^{-1} g_0\end{aligned}$$

- invarianza della fisica dalla scala  $\mu_R \rightarrow$  equazioni di Callan-Symanzik

$$\mu_R \frac{d}{d\mu_R} G = 0 \quad \longrightarrow \quad \left[ \mu_R \frac{\partial}{\partial \mu_R} + \mu_R \frac{\partial g}{\partial \mu_R} \frac{\partial}{\partial g} + \mu_R \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \mu_R} \right] G = 0$$

$G$  = funzione di Green a n punti



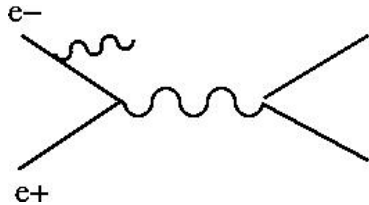
$$\mu_R \frac{\partial g}{\partial \mu_R} = \beta(g) \quad \rightarrow \text{running coupling}$$
$$\mu_R \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \mu_R} \equiv \gamma \quad \text{dimensione anomala dei campi}$$

2° passo : cancellare le divergenze infrarosse (IR) e/o inglobarle in funzioni incognite che generalizzano le distribuzioni partoniche

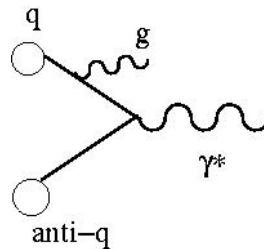
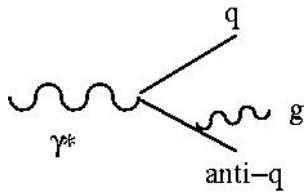


Tutte le teorie di gauge rinormalizzabili e con quanti massless  
(QED  $\rightarrow$  fotoni, QCD  $\rightarrow$  gluoni)  
contengono divergenze infrarosse e collineari

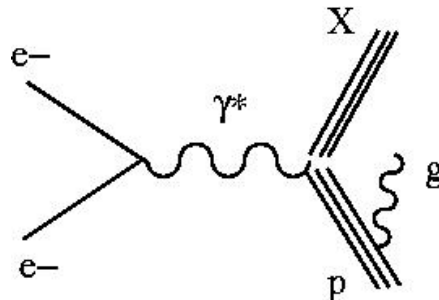
$\Rightarrow e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow f \bar{f} + \gamma$  (Initial **S**tate **R**adiation)



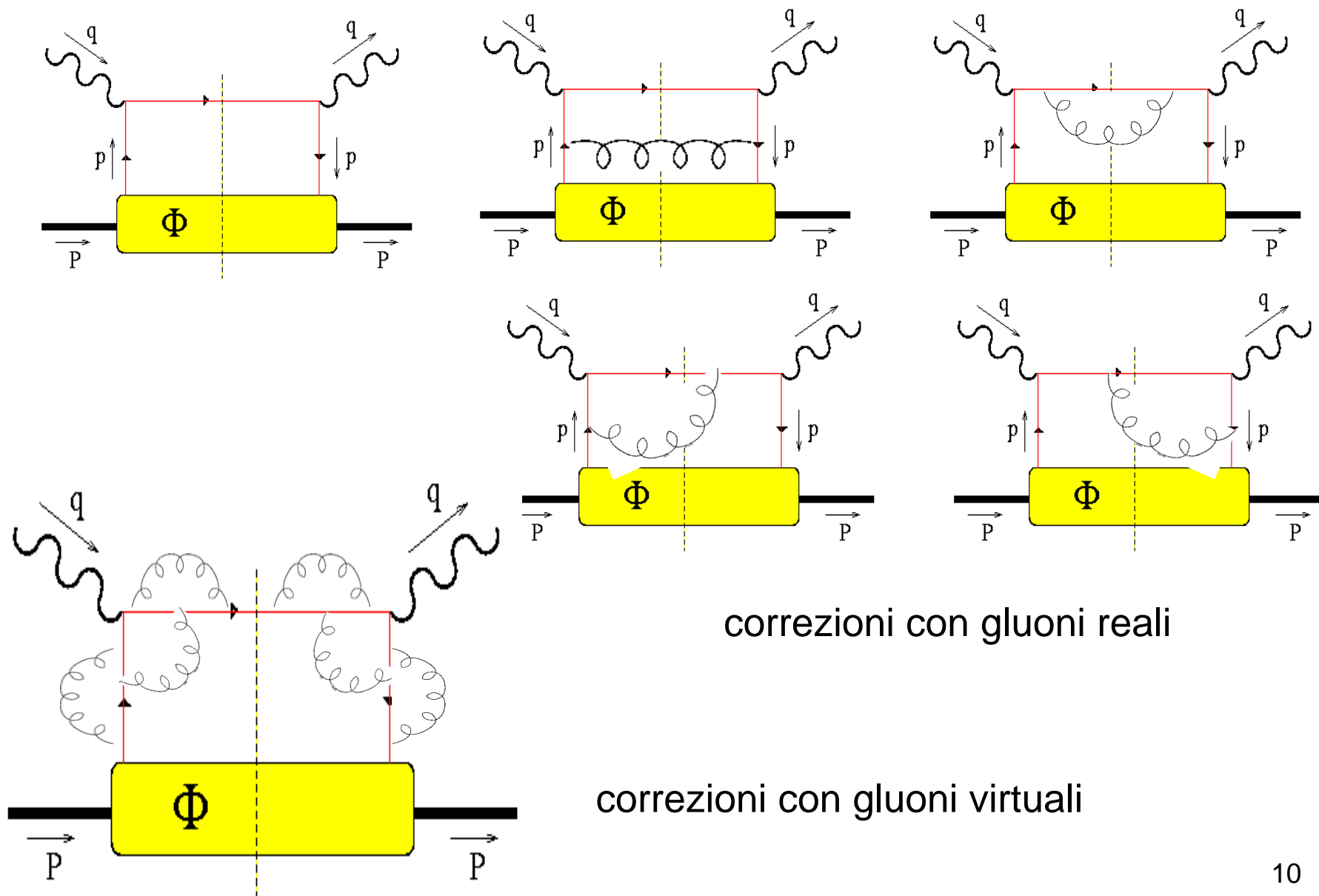
$\Rightarrow \gamma^* \rightarrow q \bar{q} + g$  oppure  $q \bar{q} \rightarrow \gamma^* + g$  (**ISR** in QCD)



$\Rightarrow e^-p \rightarrow e^- X$

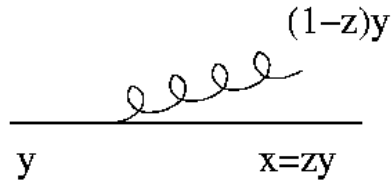


# DIS inclusivo



## Divergenze in DIS inclusivo

gluoni reali



quark con momento  $y$  può irraggiare un gluone e riscalare il suo momento a  $x$

divergenze collineari per  $z \rightarrow 1$

$$s = (p + q)^2 \sim 2p \cdot q - Q^2 = Q^2 \frac{1 - x_B}{x_B} \quad \text{divergenze soft per } x_B \rightarrow 1 \text{ (} s \rightarrow 0 \text{)}$$

gluoni virtuali

quark on-shell nel taglio  $\rightarrow \delta((p+q)^2) \approx x_B/Q^2 \delta(x_B - 1)$

in approssimazione collineare, cancellazione sistematica delle divergenze soft con gluone reale = “fattorizzazione collineare”