

Riassunto della lezione precedente

- Linee generali della teoria dello scattering con sonde elettromagnetiche:
 - sezione d'urto inclusiva
 - sezione d'urto inclusiva elastica
 - caso della particella scalare
 - caso della particella di Dirac puntiforme
 - caso della particella di Dirac con struttura

- Fattori di forma di Dirac e Pauli; decomposizione di Gordon

- Fattori di forma di Sachs; scaling perturbativo e sua violazione

Sezione d' urto (an)elastica inclusiva per particella di Dirac composita

Risultato generale :
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{\text{Mott}} \frac{E'}{E} \left[A(\nu, Q^2) + B(\nu, Q^2) \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right]$$

- Procedura :
- 2 vettori “adronici” indipendenti P, q
 - base tensoriale: $b_1 = g^{\mu\nu}$, $b_2 = q^\mu q^\nu$, $b_3 = P^\mu P^\nu$,
 $b_4 = (P^\mu q^\nu + P^\nu q^\mu)$, $b_5 = (P^\mu q^\nu - P^\nu q^\mu)$,
 $b_6 = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} q^\rho P^\sigma$
 - tensore adronico $W^{\mu\nu} = \sum_i c_i (q^2, P \cdot q) b_i$
 - invarianza per parità e time-reversal,
 conservazione della corrente $q_\mu W^{\mu\nu} = W^{\mu\nu} q_\nu = 0$
 - sistema lineare con c_6 indeterminato ($=0$), $c_5=0$,
 c_1 e c_3 dipendenti da c_2 e c_4
 - Risultato finale :

$$W^{\mu\nu} = \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) q^2 c_2(q^2, P \cdot q) + \frac{\tilde{P}^\mu \tilde{P}^\nu}{M^2} \left(-\frac{M^2 q^2}{P \cdot q} \right) c_4(q^2, P \cdot q)$$

$$\tilde{P}^\mu = P^\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q^\mu$$



(continua)

- struttura $\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} q^\rho P^\sigma$ proibita da invarianza per parità
- struttura $(P^\mu q^\nu - P^\nu q^\mu)$ proibita da invarianza per time-reversal
- hermiticity $W^{\mu\nu} = (W^{\nu\mu})^* \Rightarrow c_{2,4}$ funzioni reali

$$L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} = 4EE' \cos^2 \frac{\theta_e}{2} \left(W_2 + 2W_1 \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right)$$



$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dE' d\Omega} &= \frac{\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} \\ &= \sigma_{\text{Mott}} \left[W_2(\nu, Q^2) + 2W_1(\nu, Q^2) \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right] \end{aligned}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{\text{Mott}} \frac{E'}{E} \left[W_2 + 2W_1 \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right]$$

Riepilogo

Scattering inclusivo su particella di Dirac libera e composita

anelastico

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \sigma_{\text{Mott}} \left[W_2(\nu, Q^2) + 2W_1(\nu, Q^2) \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right]$$

elastico

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \sigma_{\text{Mott}} \left[(F_1^2 + \tau F_2^2) + 2\tau (F_1 + F_2)^2 \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right] \delta \left(\nu - \frac{Q^2}{2M} \right)$$

$$W_2^{\text{el}} \leftrightarrow (F_1^2 + \tau F_2^2) \delta \left(\nu - \frac{Q^2}{2M} \right)$$

$$2W_1^{\text{el}} \leftrightarrow 2\tau (F_1 + F_2)^2 \delta \left(\nu - \frac{Q^2}{2M} \right)$$

elastico puntiforme

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \sigma_{\text{Mott}} \left(1 + 2\tau \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right) \delta \left(\nu - \frac{Q^2}{2M} \right)$$

$$W_2^{\text{el}} \leftrightarrow \delta \left(\nu - \frac{Q^2}{2M} \right)$$

$$W_1^{\text{el}} \leftrightarrow \tau \delta \left(\nu - \frac{Q^2}{2M} \right)$$

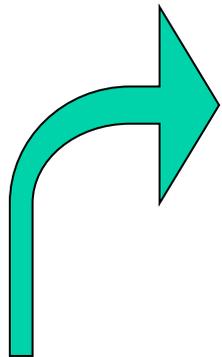
$F_1 \rightarrow 1$
 $F_2 \rightarrow 0$

DIS regime

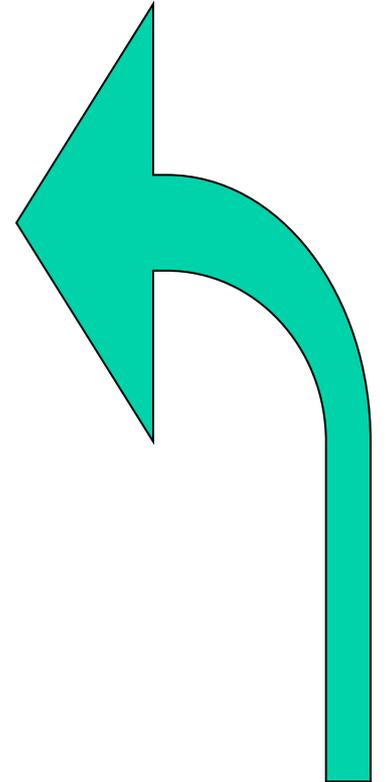
$$Q^2 \rightarrow \infty$$
$$x_B = \frac{Q^2}{2P \cdot q} \text{ fissato}$$

TRF : $v \rightarrow \infty$ velocemente come Q^2

poiché $Q^2 = -v^2 + \mathbf{q}^2 \geq 0$ dunque
 $|\mathbf{q}| \rightarrow \infty$ velocemente come Q^2



dipendente dal frame



indipendente dal frame

Scaling

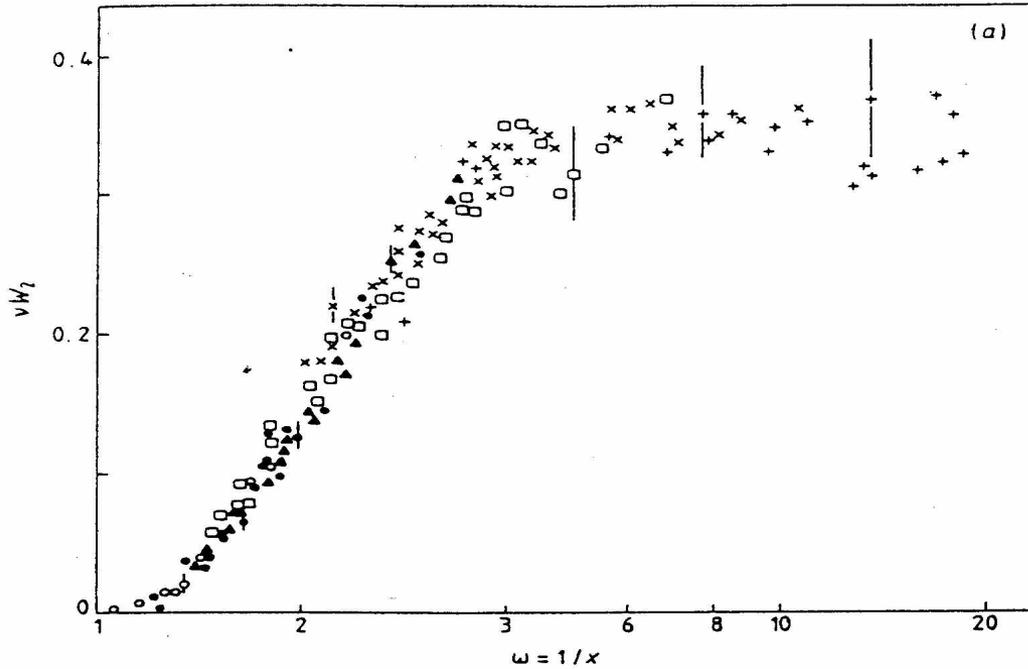
$$\begin{aligned} W_2^{\text{el}} &\leftrightarrow \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right) & \nu W_2^{\text{el}} &\leftrightarrow \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2M\nu}\right) \equiv \delta(1 - x_B) \equiv F_2(x_B) \\ W_1^{\text{el}} &\leftrightarrow \tau \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right) & 2MW_1^{\text{el}} &\leftrightarrow \frac{Q^2}{2M\nu} \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2M\nu}\right) \equiv x_B \delta(1 - x_B) \equiv 2F_1(x_B) \end{aligned}$$

regime DIS: x_B fissato, la risposta non dipende più da $Q^2 \rightarrow$ scaling

Osservazione sperimentale dello scaling = segnale che nella cinematica DIS (cioè $Q^2, \nu \rightarrow \infty$, x_B fissato) lo scattering si può rappresentare come la somma incoerente di scattering elastici da costituenti puntiformi del bersaglio con statistica di Dirac \Rightarrow origine del concetto di partone

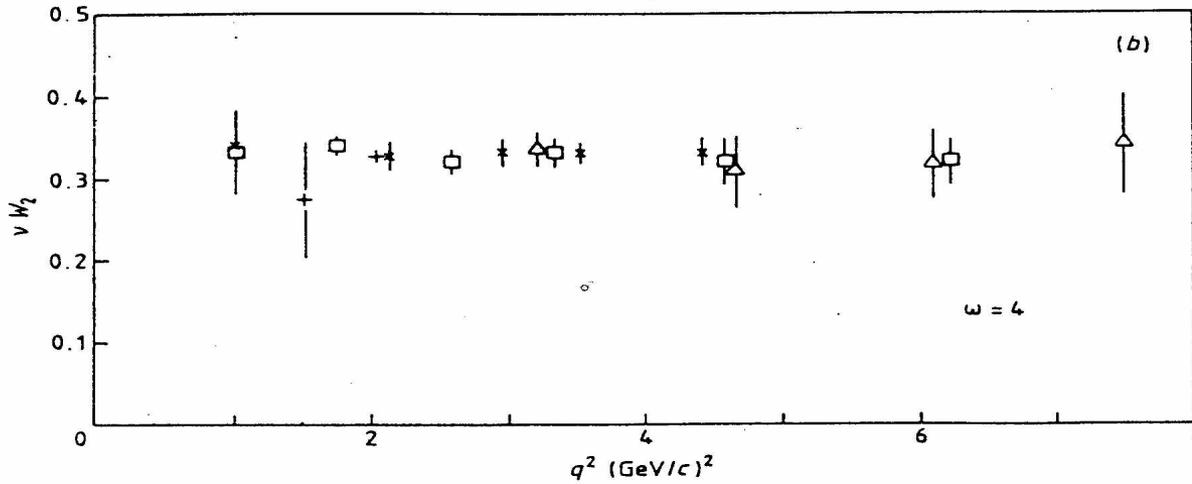
N.B. Analogo dell' esperimento di Rutherford sullo scattering di particelle α da atomi

νW_2



$1/x$

Aitchison
& Hey



Q^2

Figure 4.2 Bjorken scaling: the structure function νW_2 (a) plotted against $\omega = 1/x$ for different q^2 values (Miller *et al* 1972) (b) plotted against q^2 for a single value of $x = 0.25$ ($\omega = 4$) (Friedman and Kendall 1972).

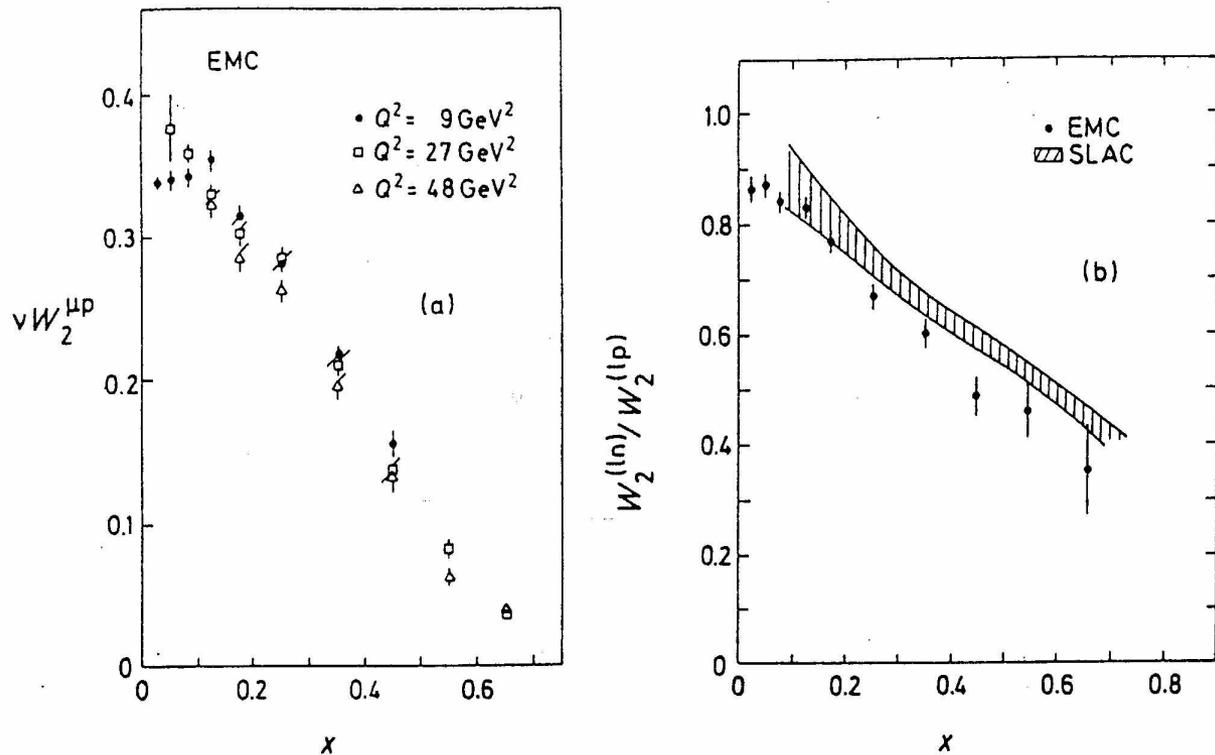


Figure 18.9 Data from the European Muon Collaboration (EMC) for the structure function $\nu W_2^{(\mu p)}(\nu, Q^2)$ of the proton as a function of $x = Q^2/(2M\nu)$ for various Q^2 values. Exact Bjorken scale invariance would demand that the data points for the same x but different Q^2 should lie on top of one another (a). Part (b) shows the ratio of the neutron and proton structure functions $W_2^{(ln)}(\nu, Q^2)$ and $W_2^{(lp)}(\nu, Q^2)$ ($l = e, \mu$) as a function of x . The shaded band represents the SLAC data obtained from electron scattering in the interval $2 \leq Q^2 \leq 20 \text{ GeV}^2$. The points correspond to preliminary EMC data from muon scattering in the interval $10 \leq Q^2 \leq 80 \text{ GeV}^2$ (after Drees 1983 and Dydak 1983).

Bibliografia e un po' di storia

predizione teorica
dello scaling

Bjorken, Proc. of 3rd Int. Symposium on e^- and μ interactions
SLAC ('67)

Bjorken, Phys. Rev. **179** ('69) 1547

Taylor

osservazione
sperimentale
SLAC
(DIS con e^- beam
di 7-17 GeV e
 $6^\circ < \theta_e < 10^\circ$)

Bloom et al., Phys. Rev. Lett. **23** ('69) 930

Breidenbach et al., Phys. Rev. Lett. **23** ('69) 935

Miller et al., Phys. Rev. **D5** ('72) 528

parton model

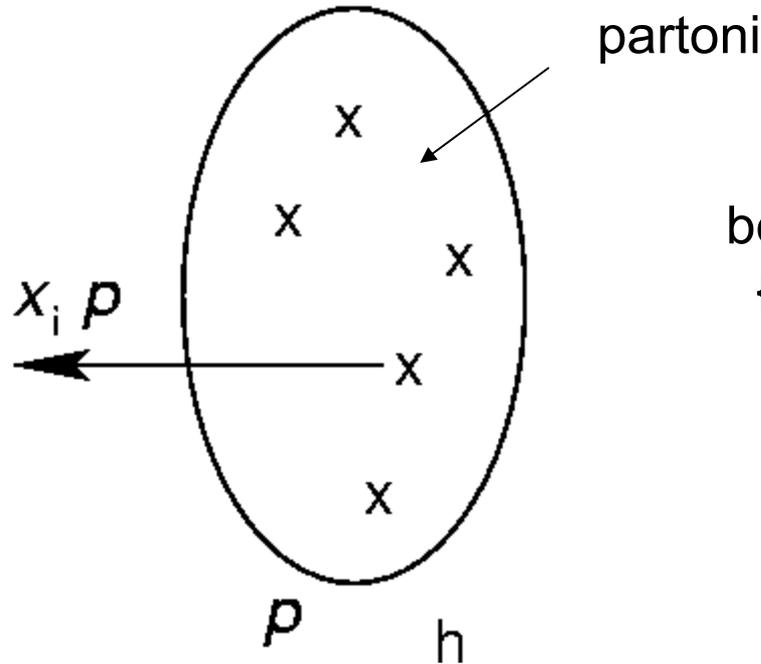
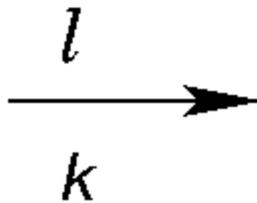
Feynman, Phys. Rev. Lett. **23** ('69) 1415

review

Friedmann & Kendall, Ann. Rev. Nucl. Sci. **22** ('72) 203

Nobel laureate

sonda leptonica



bersaglio =

{ partoni $i=1..n$ in stato virtuale con momento $x_i p$, $0 \leq x_i \leq 1$ }

bersaglio adronico

ogni stato virtuale ha vita media $\tau_i > 0$ nel rest frame di h

nel c.m. frame
contrazione di Lorentz
dilatazione dei tempi

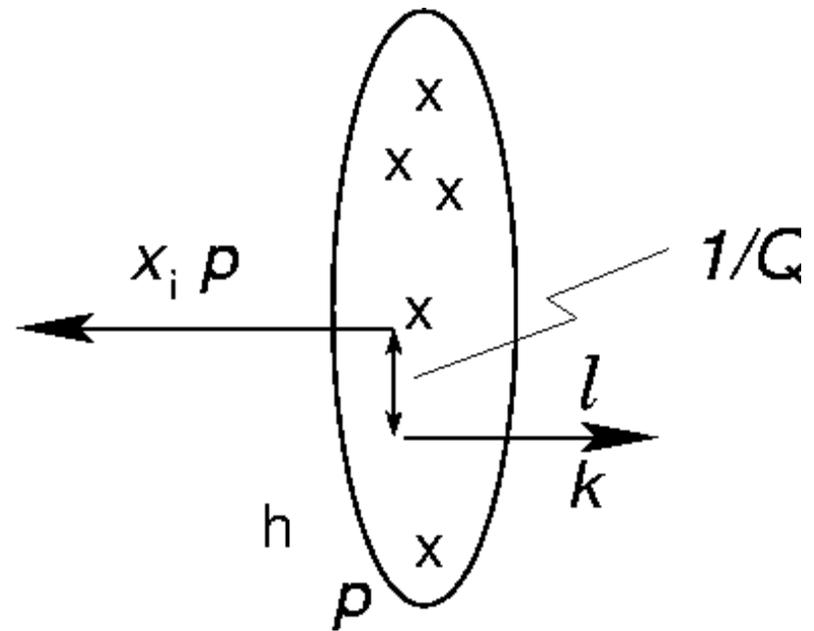
$$\tau_i \rightarrow \frac{\tau_i}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

il leptone l attraversa il bersaglio h in un tempo

$$t \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} 0$$

il leptone vede una configurazione “congelata” di partoni

per il principio di indeterminazione
 lo scambio di γ^* tra l e partone
 avviene solo se il parametro di
 impatto (separazione trasversa tra
 le due traiettorie) è $< 1/Q$



probabilità di trovare un altro partone $j \neq i$ vicino
 =

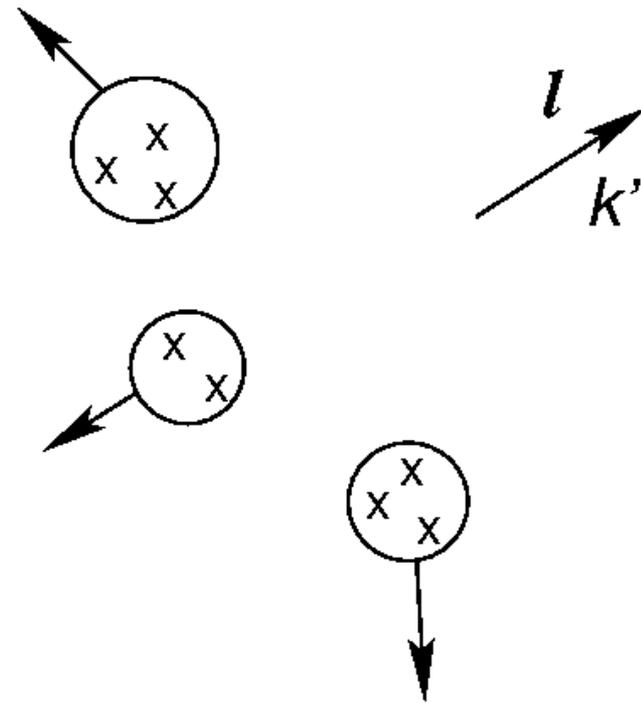
area dello scattering hard l - partone
 superficie di impatto del bersaglio

$$\sim \frac{1}{\pi R_h^2} \frac{1}{Q^2} \quad \begin{matrix} Q^2 \rightarrow \infty \\ \rightarrow 0 \end{matrix}$$

leptone l rivelato in stato finale

i residui del bersaglio h si ricombinano
in adroni non osservati (Σ_X)

adronizzazione avviene su scala
temporale più lunga dello scattering
hard l – partone (vale anche per
correlazioni iniziali tra partoni prima
dello scattering hard)

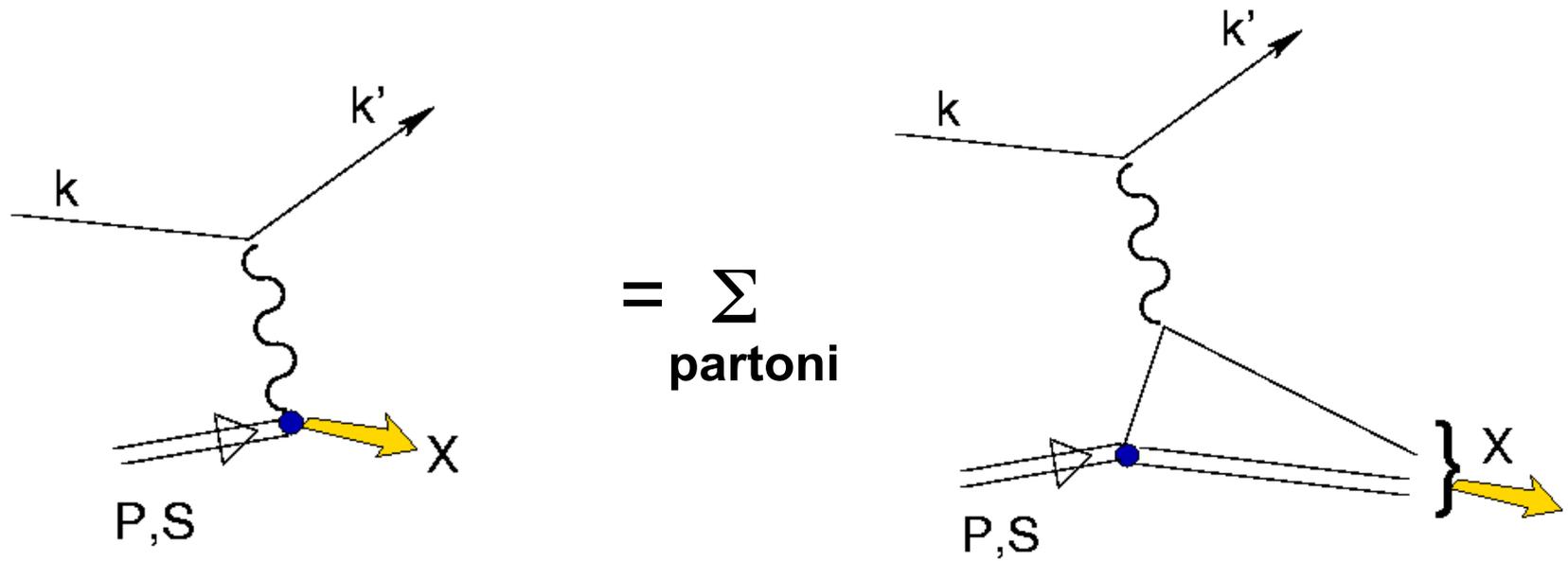


fattorizzazione tra processo di scattering hard l – partone e processi soft tra partoni, che portano alla ricombinazione degli stessi fino a formare adroni senza colore (incluso il bersaglio iniziale h)

alta energia: $Q^2 \rightarrow \infty$, regime DIS

il partone è quasi sulla mass-shell e vive più a lungo di $1/Q$

approssimazione di Born per lo scattering hard l - partone



generalizzazione dell' Impulse Approximation (IA)

QPM

- per $Q^2 \rightarrow \infty$ in DIS, scattering hard l – partone in approssimazione di Born
- i partoni vivono in stato virtuale congelato \rightarrow sono quasi on shell
- fattorizzazione tra scattering hard e processi soft tra partoni



Convoluzione tra processo elementare (scattering hard) e distribuzione di probabilità dei partoni con flavor f nell'adrone h

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega}(P, q) = \sum_f \int_0^1 dx \frac{d\sigma^{\text{el}}}{dE' d\Omega}(xP, q) \phi_f(x)$$

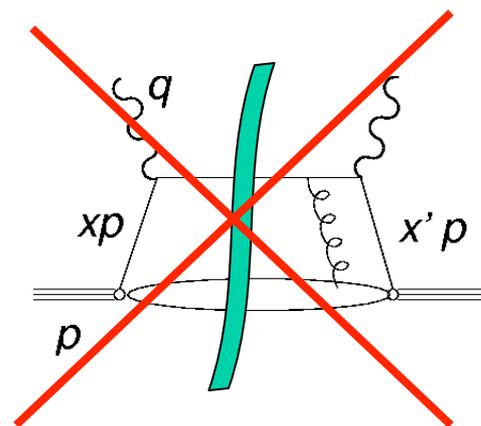
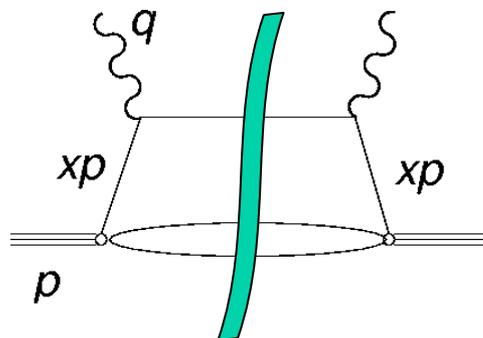
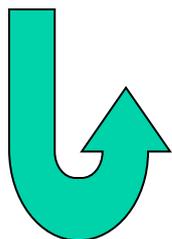
scattering elastico l – partone calcolabile da QED

probabilità incognita di trovare partone f con frazione x del momento dell'adrone h

Note :

- fattorizzazione tra scattering hard e distribuzione di probabilità
⇒ sezione d'urto proporzionale a densità dei partoni
- scattering hard calcolabile da QED;
distribuzione di probabilità deducibile dal confronto con dati exp.
- in approssimazione di Born, scattering hard su partoni liberi
⇒ asymptotic freedom $\alpha_s \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} 0$ (contrario di QED)
⇒ somma incoerente di scattering hard

$$\frac{d\sigma^{\text{el}}}{dE' d\Omega} \sim L_{\mu\nu} W^{\text{el} \mu\nu}$$



Calcolo di $(W^{\text{el}})^{\mu\nu}$

scattering elastico da particella puntiforme (si suppone fermione di Dirac)

$$\frac{d\sigma^{\text{el}}}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu} W^{\text{el}\ \mu\nu}$$


$$\begin{aligned} 2m W^{\text{el}\ \mu\nu} &= \frac{1}{2\pi} \int \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^3 2p'^0} (2\pi)^4 \delta(p + q - p') H^{\text{el}\ \mu\nu} \\ &= \delta(2xP \cdot q - Q^2) H^{\text{el}\ \mu\nu} = \frac{1}{2M\nu} \delta(x - x_B) H^{\text{el}\ \mu\nu} \end{aligned}$$

$H^{\text{el}\ \mu\nu}$ per particella di Dirac puntiforme $\leftrightarrow L^{\mu\nu}$, ma


$$\begin{aligned} H^{\text{el}\ \mu\nu} &= e_f^2 \frac{1}{2} \text{Tr} \left[(\not{p}' + m) \gamma^\mu (\not{p} + m) \gamma^\nu \right] \\ &= e_f^2 2 \left[p'^\mu p^\nu + p'^\nu p^\mu + g^{\mu\nu} (m^2 - p' \cdot p) \right] \end{aligned}$$

Ampiezza di scattering elementare

$$L_{\mu\nu} = 2 (k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - k \cdot k' g_{\mu\nu})$$

$$L_{\mu\nu} H^{\text{el} \mu\nu} = e_f^2 8 \left[p' \cdot k' p \cdot k + p' \cdot k p \cdot k' - m^2 k \cdot k' \right]$$

$$\stackrel{\text{TRF}}{=} e_f^2 8 \left[2x^2 M^2 E E' + x M E k' \cdot q + x M E' k \cdot q - m^2 k \cdot k' \right]$$

$$= e_f^2 16 E E' m^2 \cos^2 \frac{\theta_e}{2} \left[1 + \frac{Q^2}{2m^2} \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right]$$



$$p' = p + q$$

$$p = x P$$

$$m^2 = x^2 M^2$$

$$q = k - k'$$

$$k^2 = k'^2 \sim 0$$